

Some Topics in AdS/QCD

Yi-hong Gao

高怡泓

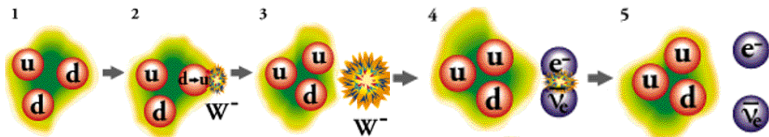
Institute of Theoretical Physics

理论物理所

中国科学技术大学 2014-4-29

四种基本相互作用

- 强、弱、电磁相互作用

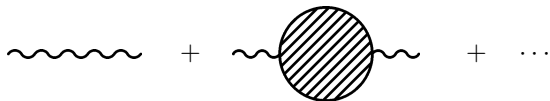


- 引力相互作用



- 前三种相互作用皆由规范场描述: $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ 标准模型; 量子引力理论尚未完整确立, 候选者之一是弦论

- 标准模型的成功，在很大程度上是微扰论的成功
 - 标准模型中大量实际问题是无法精确求解的，为了将理论与实验观测比较，需要在理论中进行近似计算
 - 在相互作用强度较弱的情况下，可以将所要计算的量对耦合常数 g 做展开，近似到开头若干阶（微扰论）

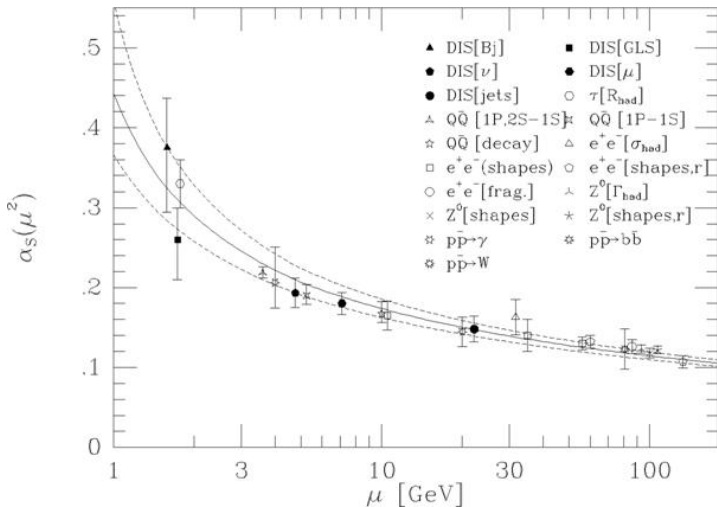


- 圈图计算的结果通常是发散的，需要进行重正化；标准模型是可重正的理论——'t Hooft 因为这方面的贡献，和他的老师 Veltman 一起获得了1999年度的诺贝尔物理学奖
 - 在微扰论适用的范围内，理论计算与观测数据符合良好
- 以 QCD 为例，Gross, Wilczek 和 Politzer (1973) 通过单圈计算发现这个理论是渐近自由的

$$\alpha_s(\mu^2) \equiv \frac{g_{YM}^2}{4\pi} \sim \frac{4\pi}{(11 - \frac{2}{3}n_f) \log(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)}$$

- 这项发现使他们获得2004年度颁发的诺贝尔物理学奖

渐近自由的检验



- 微扰 QCD 的弱点在于无法处理强相互作用的低能现象；人们尚不能从 QCD 的第一原理出发，在解析上推导出低能或低温情况下出现的诸如“质量隙”、手征对称性破缺、夸克囚禁等现象

[ABOUT](#)[PROGRAMS](#)[MILLENNIUM PROBLEMS](#)[PEOPLE](#)[PUBLICATIONS](#)[EUCLID](#)[EVENTS](#)

Millennium Problems

Yang–Mills and Mass Gap

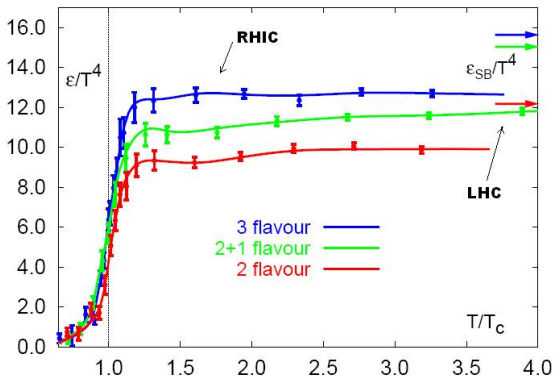
Experiment and computer simulations suggest the existence of a “mass gap” in the solution to the quantum versions of the Yang–Mills equations. But no proof of this property is known.

for QCD to describe the strong force successfully, it must have at the quantum level the following three properties, each of which is dramatically different from the behavior of the classical theory:

- (1) It must have a “mass gap;” namely there must be some constant $\Delta > 0$ such that every excitation of the vacuum has energy at least Δ .
- (2) It must have “quark confinement,” that is, even though the theory is described in terms of elementary fields, such as the quark fields, that transform non-trivially under $SU(3)$, the physical particle states—such as the proton, neutron, and pion—are $SU(3)$ -invariant.
- (3) It must have “chiral symmetry breaking,” which means that the vacuum is potentially invariant (in the limit, that the quark-bare masses vanish) only under a certain subgroup of the full symmetry group that acts on the quark fields.

囚禁/反囚禁相变

- 低能（低温）时夸克处于囚禁状态，微扰论失效，预计能量密度的行为将远远偏离自由气体的结果 $\epsilon \propto T^4$ 。



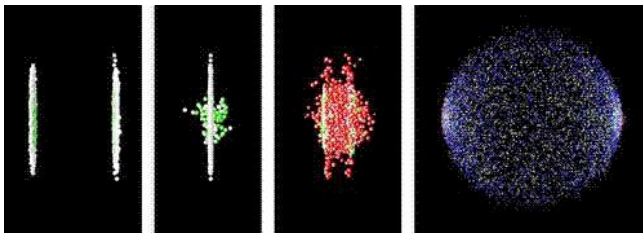
随着温度的降低，偏离自由气体的方式究竟是逐渐和连续的，还是存在某个临界温度，在那里密度和其他物理量（如压强）有个突然的跳变？格点 QCD 支持后者：

$$T_c \sim 170\text{MeV}$$

$T < T_c$ 时夸克-胶子处于普通的囚禁相， $T > T_c$ 时一种新的物质形态，即所谓的夸克-胶子等离子体将形成

对论性重离子对撞

- 相对论性重离子对撞可使夸克-胶子处于高温和高密度状态，从而在实验室里产生 QGP 物质
 - 设想将两个金核（Au，79个质子，118个中子）加速到接近光速，以质心动量 $\sqrt{s} \sim 200\text{GeV}$ 对撞
 - 相对论效应使球形金核在运动方向上变得很扁，呈pancake状



- 当这两个薄饼相遇时，核子与核子在一个很小的区域内不断发生碰撞，质心动能转换为热能，达到高温高密度， $T \gtrsim T_c$
- 反囚禁现象出现：捆绑夸克的色力管不断破裂，相互纠缠
- 紧接着出现一个时间相对较长的状态：QGP

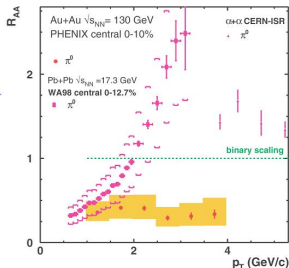
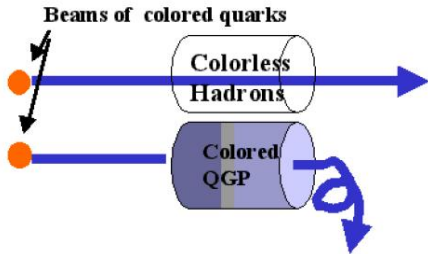
RHIC 概况

- Brookhaven国家实验室建造的RHIC，2000年开始运行



- 探测器: STAR, PHENIX, PHOBOS, BRAHMS; 2001年的第一批数据证实了探测器能有效工作
- 2003, STAR 观测到的数据表明可能存在 jet-quenching 现象, 这是 QGP 存在的特征; QGP 对高能光子几乎是透明的, 但对参与强相互作用的部分子 (Partons) 则不透明

- Jet-quenching 现象



- 原因：部分子在 QGP 中形成所谓的“coherent flow”，导致额外的能量损失；由 Landau-Pomeranchuk-Migdal 谱可估算单位距离的能量损失

$$-\frac{dE}{dz} \sim \alpha_s N_c \sqrt{\hat{q}E}$$

- 淬火参数 $\hat{q} \equiv \mu^2/\tau$ 反映了介质性质， μ 约为横向动量转移
- 在 eikonal 近似下，只考虑 dipole 的贡献

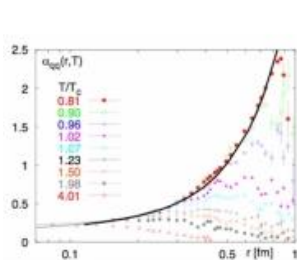
$$\langle W^A(C) \rangle \approx \exp \left[-\frac{1}{4} \hat{q} L^- L^2 \right] \quad (L^- \gg L)$$

- Au+Au 以 $\sqrt{s} \sim 200\text{GeV}$ 对撞，在 $t \sim 0.6\text{fm}/c$ 时刻形成炽热的 QGP，温度达到 $T \sim 300\text{MeV}$ 。这种形态的物质在膨胀过程中逐渐冷却，到 $t \sim 6\text{fm}/c$ 时强子化，末态强子数有数千个 (~ 7500)
- 对比质子-质子、质子-中子对撞过程， J/ψ 介子在 QGP 中的产生率虽不为零，但要小得多，这表明 QGP 对形成束缚态 $q\bar{q}$ 的结合力有屏蔽作用：当 q, \bar{q} 的间距 $L > L_s$ （屏蔽长度）时，结合力弱到不足以形成束缚态
- 实验结果支持 QGP 的流体模型

$$T_{ij} = \delta_{ij}p - \eta(\partial_i u_j + \partial_j u_i - \frac{2}{3}\delta_{ij}\partial^k u_k) - \zeta\delta_{ij}\partial^k u_k$$

- 观测显示 $0 < \eta/s \sim 0.1 - 0.2$ ， s 是熵密度
- pQCD 不适合描述 QGP：弱耦合系统 $\lambda = g_{YM}^2 N_c \ll 1$ ，由平均自由程估算 $\eta/s \sim 1/[\lambda^2 \log(\lambda^{-1})] \gg 1$ ，这个微扰论的推断与观测值 $\eta/s \sim 0.1$ 不符

- 从格点 QCD 的结果可大致估计 QGP 系统的 λ 之值



Lattice Monte Carlo

$\frac{T}{T_c}$	α_s
.81	2.3
.90	1.8
1.02	.7
1.5	.4
2.0	.3

Intermediate to weakly coupled,
but strongly interacting.

$$T_c \sim 170\text{MeV}, \quad T \sim 300\text{MeV}, \quad T/T_c \sim 1.76$$

$$\alpha_s \gtrsim 0.3, \quad g_{YM}^2 \sim 4\pi\alpha_s \gtrsim 3.8, \quad \lambda = g_{YM}^2 N_c \gtrsim 11.3$$

- 格点 QCD 本身无法有效地计算 \hat{q} 、 η/s 这些与输运过程有关的量，需要其他的非微扰方法

AdS/CFT 对应

- 规范场论和引力理论之间的种种神秘联系

- Kaluza-Klein 理论 (1921, 1926): $M_{n+4} = M_4 \times K_n$

$$g_{AB} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & \cdots & g_{03} & g_{04} \\ g_{10} & g_{11} & \cdots & g_{13} & g_{14} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_{40} & g_{41} & \cdots & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{\mu\nu} & A_\mu \\ A_\nu & \phi \end{pmatrix}$$

高维引力 \supset 低维规范场 + 低维引力, $G_{\text{gauge}} = \text{Isom}(K_n)$

- 引力的规范理论 (Utiyama, 1956; ...): 标架场 $g_{\mu\nu} = \eta_{ab} e_\mu^a e_\nu^b$
- 诱导引力理论 (Sakharov, 1967; Adler, Zee, 1982)

引力理论 \subset 规范场理论

- 揭示两者联系以往的尝试都存在着困难

- 四维引力理论已经不可重整, 增加维数将使 KK 理论的紫外行为变得更坏: $[G_{n+4}] = [G_4] \cdot L^n$; 无法给出(手征)费米子
- 用诱导引力理论计算牛顿常数时将遇到 Borel 不可和的困难

- 全息性假说 ('t Hooft 1993; Susskind 1994)

(高维“bulk”) 引力理论 \Leftrightarrow (低维“boundary”) 规范理论

- UV/IR 关系: Bulk 中引入红外截断 $L_{max} \Leftrightarrow$ Boundary 上引入某个紫外截断 E_{max} (两者之间的函数关系随所考虑的理论的不同而有所不同)
- 最简单的情形 (Susskind-Witten, 1998)

$$E_{max} \sim L_{max}/\ell^2, \quad \ell \sim \ell_p \text{ 或 } \ell \sim \ell_s = \sqrt{\alpha'}$$

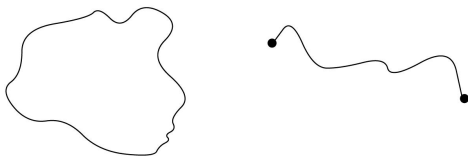
- 全息性不仅是连续场论极限下两个理论之间的对应, 还给出截断之后相应理论的对应, 并预言两个理论有相同的自由度
 - 在 $(d+1)$ -维边界上, 紫外截断后最小距离 $a \sim 1/E_{max}$, 无量纲化 $\delta = a/\ell$; 自由度正比于空间部分格点总数 $1/\delta^d$

$$N_{dof} \sim (\ell E_{max})^d \sim \left(\frac{L_{max}}{\ell} \right)^d$$

- Bulk 引力熵 $S \sim \log(k^{N_{dof}}) \sim N_{dof} \sim \frac{A_d}{4G_{d+2}} \equiv S_{BH}$

全息对偶的弦论实现

拓扑上两类不同的弦：闭弦和开弦



低能有效场论极限：

- 闭弦 \rightarrow (超)引力 ($d = 10$)
- 开弦 \rightarrow (超) Yang-Mills 理论 ($d = 10$)

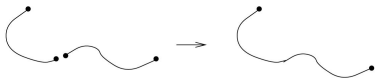
嵌入到弦理论中，本质上要建立闭弦和开弦之间的等价性：

Open Strings \sim Closed Strings

微扰论中开弦和闭弦看上去非常不对称：

- 它们具有不同的谱
- 有不同的低能有效场论极限

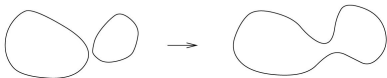
- 基于拓扑理由，单独由闭弦构成的系统可以自恰地存在，但自恰的开弦理论必须包含一个闭弦的 Sector



这种不对称性甚至在无质量的 sector 中就可以看到



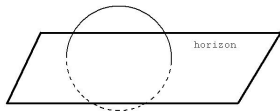
纯粹的引力系统（如真空中的引力波）可以单独存在，但规范场因具有非零的能量动量张量，作为引力场的源，必然要产生引力并与之耦合



- 计及非微扰效应，闭弦理论中有个开弦 Sector

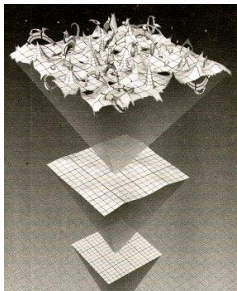
- 增大 g_s ，进入非微扰区： $g_s \nearrow \Rightarrow G_{10} = 8\pi^6 g_s^2 \alpha'^4 \nearrow$

- 这时，在低能有效理论中，引力相互作用是如此之强，视界将作为一种典型的结构出现



任何穿越视界的物体，只有在视界外的部分才能被看到，谈论视界内的那部分不具有可观测意义

- 穿越视界的闭弦看起来象一根端点搭在视界上的开弦，端点可以在视界上自由移动，但垂直于视界方向的位置是固定的 \rightarrow Dirichlet p -Branes $p = \text{空间维数}$
- 并非所有低能有效理论中的（视界）结构，回到原始闭弦理论之后都能得到保持；量子涨落通常会“洗”掉这些结构



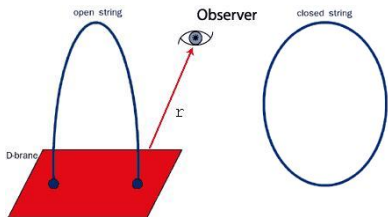
但低能有效理论中的某些结构，如果它们具有足够多的超对称，则这些结构在量子修正下将得到保护。

因技术限制，尚无法从超引力一般的具有视界结构的解（或一般 Black p -branes 解）中抽取弦信息，只能考虑满足BPS条件的那些解。回到闭弦理论，后者的结构能得到超对称的保护，给出闭弦中的 D p -branes。在超引力中，它们描述 extremal black holes

- D p -branes 是弦论中对视界结构的微观描述，它们是闭弦的孤子类解，携带 RR 荷（Ramond-Ramond 荷）
- 计及 D branes 之后，闭弦和开弦理论之间的对称就明显了

例：IIB 弦理论中的 D3 branes

- 低能有效理论由弦论中轻的 modes 给出。所谓“轻”，是相对于弦的特征质量 $m_s \sim 1/\ell_s = 1/\sqrt{\alpha'}$ 而言的。在不同区域，轻 modes 的成分不同，相应的有效理论也应有所不同



若观测者到 D3 branes 的距离为 r ，其能探测到的开弦长度不短于 r ，因此 $m \geq r/\alpha' \sim r/\ell_s^2$ 。对这个观测者来说，开弦各 modes 的质量将有个下限。但闭弦 modes 的质量不受这个限制，因为观测者可以探测到离她任意近的“小”闭弦。

- 如果 $r \gg \ell_s$ ，开弦各 modes 的质量 $m \gg m_s$ ，它们太重了以至于不能直接进入该观测者建立的低能有效理论；有效场论由闭弦零质量 modes 给出 → IIB 超引力，带 D3 branes 源
- 一般说，超引力近似成立的条件是弦对其高阶修正为小量

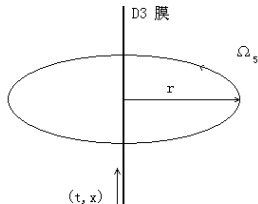
$$S \sim \frac{1}{16\pi G} \left[\int R + \sum_{n \geq 1} \alpha'^n \int (R)^{n+1} \right], \quad \alpha'^n (R)^{n+1} / \alpha'^{n-1} (R)^n \sim \alpha' R \ll 1$$

- 如果 $\alpha'R \gtrsim 1$, 那么弦的后一阶修正量将超过前面的一阶, 超引力理论便不可信任了
- 对于渐近平坦的时空背景, 当 $r \rightarrow \infty$ 远大于引力系统的特征尺度 L 时, 有

$$g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + \mathcal{O}\left(\frac{L}{r}\right) \Rightarrow R \sim \mathcal{O}\left(\frac{L}{r^3}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha'R \sim \frac{\ell_s^2 L}{r^3} \ll \frac{L}{r} \ll 1 \Rightarrow \text{超引力在远离源的渐近平坦区是好近似}$$

- 考虑 N 张叠在一起的 D3 膜, 其出现使得时空的 Lorentz 群 $SO(9,1)$ 破缺为 $SO(3,1) \times SO(6)$
- $(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{3,1}$ 表示 D3 膜世界体(world volume)坐标, $(r, \Omega_5) \in \mathbb{R}^6$ 表示横向空间的球极坐标



- 时空对称性及 D3 膜静态条件给出

$$ds^2 = g_{00}(r)(dt^2 - d\mathbf{x}^2) + g_{rr}(r)(dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

- 当 r 很大, 可作弱场近似 $g_{00} \sim -1 - 2\phi(r)$

- $\phi(r)$ 为 D3 膜在横向空间中产生的牛顿引力势，满足横向空间的 Laplace 方程

$$\left[r^{-(D_{\perp}-1)} \partial_r \left(r^{D_{\perp}-1} \partial_r \right) + \frac{1}{r^2} \nabla_{\Omega_5}^2 \right] \phi = 0$$

$$\Rightarrow \phi(r) = -\frac{1}{D_{\perp}-2} \left(\frac{L}{r} \right)^{D_{\perp}-2} = -\frac{L^4}{4r^4}$$

- 积分常数 L^4 应正比于 D3 膜总“质量荷” N 及描述引力强度的闭弦耦合常数 g_s ；以弦的典型尺度 ℓ_s 对 L 作无量纲化

$$\left(\frac{L}{\ell_s} \right)^4 \sim N g_s \sim \lambda \quad (\text{'t Hooft 耦合常数})$$

- N 张重合的 D3 branes 的超引力实际解

$$ds^2 = \frac{1}{\left(1 + \frac{2\lambda \ell_s^4}{r^4} \right)^{\frac{1}{2}}} (-dt^2 + d\vec{x}^2) + \left(1 + \frac{2\lambda \ell_s^4}{r^4} \right)^{\frac{1}{2}} (dr^2 + r^2 d\Omega_5^2)$$

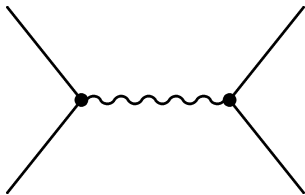
$$\lambda \equiv 2\pi g_s N \quad \rightarrow \text{与弱场近似比较得预期结果 } L^4 = 2\lambda \ell_s^4$$

- 当 $r \rightarrow \infty$ 时, D3 膜的度量比一般的渐近平坦时空以更快的速度趋近平坦

$$g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + \mathcal{O}\left(\frac{L^4}{r^4}\right) \Rightarrow R \sim \mathcal{O}\left(\frac{L^4}{r^6}\right)$$

- 因此 $\alpha'R \sim \ell_s^2 L^4 / r^6 \sim \lambda \ell_s^6 / r^6$ 当 r 足够大时是小量, 在这个区域内 II-B 型超引力提供了一个能够信任的低能有效近似
- 另一方面, 也可考虑观测者靠近 D3 膜 ($r \ll \ell_s$) 的情形, 并把 $r \rightarrow 0$ 称做“近视界极限” (near horizon limit)
- 此时开弦最轻模式的质量 $m \sim r / \ell_s^2 \ll 1 / \ell_s \sim m_s$ 远远小于弦的特征质量 m_s , 这些轻模式将直接进入观测者建立的低能有效理论中; 同时, 闭弦的零质量模式也将进入低能有效理论, 因此有效场论对应着来自开弦 sector 的 (超对称) 规范场与来自闭弦 sector 的 (超) 引力相耦合的系统
- 具体说, 因开弦端点限制在 N 个重合的 D3 膜上, 相应的低能理论是膜世界体坐标 (t, \mathbf{x}) 上的 $D = 3 + 1$ 、 $\mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理论, 以 $U(N)$ 为规范群

- 超 Yang-Mills 理论中的规范耦合常数 g_{YM} 本质上是开弦的耦合常数，其平方应给出闭弦的耦合常数，即 $g_{\text{YM}}^2 = 2\pi g_s$
- 在弱耦合区域 $g_s \sim 0$ ，引力相互作用的强度将远小于规范耦合的强度
- 试比较交换一个引力子和交换一个规范玻色子的振幅，其过程如下列费曼图所示：



$$A_{\text{引力}} \propto \kappa^2 \sim G_{10} \propto g_s^2, \quad A_{\text{规范}} \propto g_{\text{YM}}^2 \sim g_s$$

$$\Rightarrow \lim_{g_s \rightarrow 0} \frac{A_{\text{引力}}}{A_{\text{规范}}} \sim g_s \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad g_s \sim 0 \text{ 时引力退耦}$$

- 退耦极限：引进 't Hooft 常数 $\lambda \equiv g_{\text{YM}}^2 N = 2\pi g_s N$ ，取 $N \rightarrow \infty$ 的同时把 λ 保持在任意的有限值上 [\rightarrow 纯 SYM 理论]

- 小结：同一个物理构形 (包含 N 个叠在一处的 D3 膜的 II-B 型闭弦系统)，在参数的两个不同的区域中有两种不同的低能有效理论
 - **区域一**的物理为观测者远离 D3 膜时所见，相应的有效描述是 II-B 型超引力理论，其时空背景为 D3 膜解
 - **区域二**对应着观测者靠近 D3 膜并取了 $N \rightarrow \infty$ 、 $\lambda = 2\pi g_s N$ 保持有限的退耦极限，这时的有效描述为 $D = 4$ 维时空中的 $\mathcal{N} = 4$ 超对称 Yang-Mills 理论，以 $U(N)$ 作为其规范群
- 若对区域一内的超引力理论进行“解析延拓”，把其中的参数延拓至区域二之中，会出现何情形？能否得到一个与原本在区域二中成立的超 Yang-Mills 理论等价的引力描述，从而实现全息原理？
 - 区域一内的参数 r 取值很大，弦的高、低阶修正量之比 $\alpha' R$ 将是个远小于 1 的量，故该区域中用超引力来描述闭弦/D3 膜系统是可靠的；在渐近平坦的几何中，距质量中心越远处的时空就越平坦， $r \rightarrow \infty \Rightarrow \alpha' R \rightarrow 0$ ，因此观测者一旦远离质量中心，超引力就是个好的近似
 - 当经延拓进入区域二时，参数 r 将变得远小于 ℓ_s ，此时 $\alpha' R$ 是否仍然能保持小量就成了问题

- 就一般的渐近平坦时空而言, $r \rightarrow 0$ 时曲率 R 之值可能会变得相当大, 如大到 $\alpha'R \gtrsim 1$, 那么弦的高阶修正将超过其首阶 (超引力) 的贡献, 超引力便不是个可以信任的近似
- 极端的例子是时空的曲率奇点 (或本性奇点) 出现在 $r = 0$ 处, 这时观测者只要足够靠近质量源, 所看到的 $\alpha'R$ 就能达到任意大的值
 - 当然 D3 膜并不属此极端情形; D-膜描述的是时空的视界, 其位置 $r = 0$ 仅仅是度量的坐标奇点, 而非时空的本性奇点
 - 因此 D 膜曲率不变量在区域二中不至于太大, 更不会发散
 - 但超引力近似成立的条件 $\alpha'R < 1$ 较之“曲率不变量不太大”或“不发散”是个更加严苛的要求, 它在区域二中并不自动满足
- 曲率不变量

$$R_{\mu\nu\lambda\rho}R^{\mu\nu\lambda\rho} = \left(1 + \frac{L^4}{r^4}\right)^{-5} \left[\frac{960L^8}{r^{12}} + \frac{80L^{16}}{r^{20}} \right], \quad L^4 \equiv 2\lambda\ell_s^4$$

- 曲率不变量在区域一 ($r \rightarrow \infty$) 的渐近行为正是期望的结果 $R_{\mu\nu\lambda\rho}R^{\mu\nu\lambda\rho} \sim 960L^8/r^{12}$, 故 r 足够大时

$$\alpha'R \sim 8\sqrt{15}\ell_s^2 L^4 / r^6 \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \text{超引力近似可靠}$$

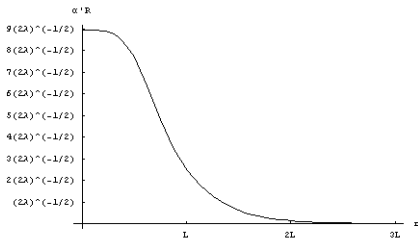
- 求导发现曲率不变量是距离的递减函数

$$\frac{d}{dr} R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho} = -\frac{320}{L^5} \left(1 + \frac{L^4}{r^4}\right)^{-6} \frac{L^{13}}{r^{13}} \left[\frac{L^8}{r^8} + \left(\frac{2L^4}{r^4} - 6\right)^2 \right] < 0$$

- 故在 r 减小的过程中 $R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho}$ 逐渐增大；但这种增加并非毫无节制——当我们进入区域二， r 取值接近于零之时

$$\frac{d}{dr} R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho} \sim -\frac{1600r^3}{L^8} \sim 0$$

- 因此 $R_{\mu\nu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho}$ 在区域二内变化缓慢，且当 $r=0$ 时达到最大值 $80/L^4$ ，故有 $\alpha'R \sim 4\sqrt{5}(\ell_s/L)^2 \sim 8.944(2\lambda)^{-1/2}$



- 左图画出了 $\alpha'R$ 随距离 r 的变化关系，这是条单调下降的曲线，其最大值出现在 $r=0$ 处，图中 $r \ll L$ 的缓变部分对应着区域二
- 该区域只设置了退耦极限 $N \rightarrow \infty$ 和近视界极限 $r \rightarrow 0$ ，而对 λ 未加任何特别的限制，唯一的要求是其在 N 极限下保持有限（但可以取任意的值）

- 如果 $\lambda \lesssim 40$, 那么当 $r \sim 0$ 时有 $\alpha' R \sim 4\sqrt{5}(2\lambda)^{-1/2} \gtrsim 1$, 此时超引力理论并非是个能够信任的近似, 故在 't Hooft 耦合常数较小的情况下从区域一到区域二的延拓是无效的
- 反之, 若 $\lambda \gg 40$, 则无论在区域一或区域二都有 $\alpha' R \ll 1$, 超引力在延拓前后始终是好近似
- 因此当 't Hooft 耦合常数大而有限时, 从区域一到区域二解析延拓的障碍就不存在了, 区域二中的物理有了两种等价的描述: “bulk” 时空中的 II-B 型超引力理论和定义在 D3 膜世界体上的 “boundary” $\mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理论
- UV-IR 关系: 在边界理论中, 试图 localize 到一点能达到的精度为

$$\Delta x \sim 1/E$$

- E 为规范理论的紫外截断, 亦即开弦 modes 的能量
- 若这一开弦在 bulk 中延伸尺度为 r , 则 $E \sim r/\ell_s^2$. 所以边界理论中能标越大, 相应开弦作为 bulk 物理的探针, 能探及的距离也越大: UV cut-off \Leftrightarrow IR cut-off

Maldacena 猜想

- 一旦取了近视界极限 $r \rightarrow 0$, 便可扔掉 D3 膜度规所含因子 $(1 + L^4/r^4)^{1/2}$ 中的小量 “1”, 区域二内的度量实际上为

$$ds^2 = \left[\frac{r^2}{L^2} (-dt^2 + d\mathbf{x}^2) + \frac{L^2}{r^2} dr^2 \right] + L^2 d\Omega_5^2$$

- 方括号部分给出 $D = 5$ 维 AdS_5 上的度规, 剩下的部分为球面 S^5 上的度量, 由此得到直积空间 $AdS_5 \times S^5$, 两者 “半径” 均为 $L = (2\lambda)^{1/4} \ell_s$
- Maldacena 猜测

当 λ 很大时, 定义在 $D = 4$ 维时空 $(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^4$ 上的 $\mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理论等价于 $AdS_5 \times S^5$ 中的 II-B 型超引力理论。

- 如果把 S^5 当作紧化空间, 那么对超引力进行 KK 约化之后, 就实现了 $D = 5$ 维引力理论与 $D = 4$ 维规范理论之间的全息对应 AdS_5/SYM_4

- 在 bulk 一边, 量子引力效应可以忽略的条件是 $AdS_5 \times S^5$ 的尺度远大于 Planck 尺度 $L \gg \ell_p$

$$L \sim \lambda^{1/4} \ell_s \sim N^{1/4} g_{\text{YM}}^{1/2} \ell_s \gg \ell_p \sim G_{10}^{1/8} \sim (g_s^2 \alpha'^4)^{1/8} \sim g_{\text{YM}}^{1/2} \ell_s$$

$$\Leftrightarrow N \gg 1$$

对超 Yang-Mills 理论做大 N 展开时, 其首阶行为可简单地用 AdS_5 上的经典超引力对偶地来描述, 剩下的 $1/N$ 各阶修正项则对应着引力的量子效应

- 't Hooft 的大 N 展开 [Nucl. Phys. **B72** (1974) 461-473, **B75** (1974) 461-470]: 取值于规范群伴随表示的联络或其他场通常可以分解为基础表示及其共轭的张量积

$$\mathbf{N} \otimes \mathbf{N}^* = \mathbf{adj} \oplus \dots$$

- 如考虑 $U(N)$ 规范群, 基本表示向量及其共轭的变换分别为

$$v^i \rightarrow v'^i = U^i_j v^j, \quad v_j^* \rightarrow v_j'^* = U_j^{*k} v_k^* = v_k^* U^{\dagger k}_j = v_k^* (U^{-1})^k_j$$

$$\Rightarrow H \rightarrow U H U^{-1}, \quad H^i_j \equiv v^i \otimes v_j^* \Rightarrow \mathbf{N} \otimes \mathbf{N}^* = \mathbf{N}^2 \text{ 伴随表示空间}$$

- 伴随表示中取值的场 $A_\mu(x)^i_j$ 可用一对色指标 (i, j) 标记: 上指标 i 在基础表示中取值, 下指标 j 取值于基础表示的共轭
- 不妨将 (i, j) 虚拟为一对粒子和反粒子所处的量子态, 类似于光子可设想成虚的正负电子对
- 规范场的传播子可用双线来描绘, 双线各标有一个箭头, 方向相反, 分别代表虚拟的粒子和反粒子的传播, 箭头的出射端和入射端则分别对应着群论的上、下指标
- 传播子 $\langle A_\mu(x)^i_j A_\nu(y)^k_l \rangle$ 收缩时将给出一个群论因子

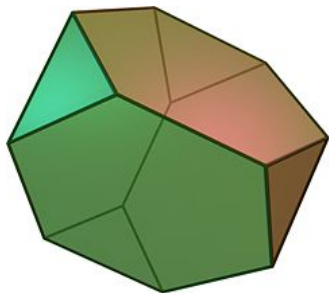
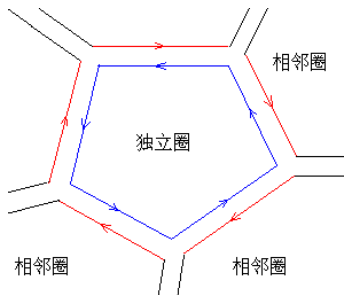
$$\sum_{A \in \text{adj}} (T^A)^i_j (T^A)^k_l = \frac{1}{2} \delta_l^i \delta_j^k$$

- 每一个 δ -因子与双线中的一条相联系, 以保证传播过程中色流的守恒性

$$\langle A_\mu(x)^i_j A_\nu(y)^k_l \rangle = \frac{g_{\text{YM}}^2}{4} D_{\mu\nu}(x-y) \delta_l^i \delta_j^k = \begin{array}{c} i \quad \longrightarrow \quad l \\ j \quad \longleftarrow \quad k \end{array}$$

- 闭圈由传播子顺着箭头的指向首尾相接围成

- 每个独立圈对应着双线系统中的一条分支形成的多边形；双线系统的另一条分支则出现于相邻各圈所对应的那些多边形的某条边上



- 因多边形的边界是沿着确定的箭头方向围出的闭路，这些多边形本身就具有了定向，如可依照“右手螺旋法则”规定之
- 连通的费曼图看起来就象是由若干多边形拼接起来的组合曲面，拼接处的双线标有相反箭头，故相邻两个多边形的定向是相容的 [若其中一个多边形的定向指向曲面的外部，则另一个亦然]，最终得到可定向曲面

- 作用量 $S \sim -\frac{1}{4g_{\text{YM}}^2} \int \text{Tr}(F^2) + \dots$ 的费曼规则

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{每个传播子贡献因子 } g_{\text{YM}}^2 \\ \text{每个顶点贡献因子 } \frac{1}{g_{\text{YM}}^2} \\ \text{每个圈贡献因子 } \delta_{i_2}^{i_1} \delta_{i_3}^{i_2} \cdots \delta_{i_n}^{i_{n-1}} \delta_{i_1}^{i_n} = \text{Tr } \mathbf{1}_{N \times N} = N \end{array} \right.$$

- 如果闭组合曲面 G 共有 $V[G]$ 个顶点、 $L[G]$ 条线和 $F[G]$ 个面（这里的面数即为费曼图中的圈数），那么费曼规则给出

$$\begin{aligned} F(\lambda, N) &\equiv \log Z = \sum_G f[G] \cdot (g_{\text{YM}}^2)^{L[G]} (1/g_{\text{YM}}^2)^{V[G]} N^{F[G]} \\ &= \sum_G f[G] \cdot \lambda^{L[G]-V[G]} N^{V[G]-L[G]+F[G]} \quad (\lambda = g_{\text{YM}}^2 N) \\ &= \sum_{h=0}^{\infty} N^{2-2h} \sum_{\chi[G]=2-2h} f[G] \cdot \lambda^{L[G]-V[G]} \equiv \sum_{h=0}^{\infty} N^{2-2h} F_h(\lambda) \end{aligned}$$

- 这里 $\chi[G] = V[G] - L[G] + F[G]$ 为欧拉示性数，对于定向闭曲面，它与亏格 $h = 0, 1, 2, \dots$ 之间的关系是 $\chi[G] = 2 - 2h$

- Maldacena 猜想表明，当 λ 大而固定时，首阶项 $N^2 F_0(\lambda)$ 可用 AdS_5 上的经典超引力来描述， $1/N$ 修正项 $F_1(\lambda), N^{-2} F_2(\lambda)$ 等等对应于引力的量子效应
- 前面在区域二内导出了关系 $\alpha' R \sim \lambda^{-1/2}$ ，这表明弦的有限尺度 $\ell_s^2 \sim \alpha'$ 效应对超引力的各阶修正相当于将超 Yang-Mills 理论按 $\lambda^{-1/2}$ 的幂次作展开
- 能忽略弦效应（因而点粒子场论近似——超引力得以成立）的条件是空间 $AdS_5 \times S^5$ 的“半径” L 远大于弦的尺度 ℓ_s ，

$$L = (2\lambda)^{1/4} \ell_s \gg \ell_s$$

- 此时弦论退化为超引力，这在对偶的规范场论中相应于忽略大 λ 展开的所有高阶项，只保留首阶
- 当 λ 较小时，这些高阶项不再能被忽略，它们对规范场论完整的贡献将由 $AdS_5 \times S^5$ 上的 II-B 型弦来描述 \Rightarrow 强猜测

$D = 4, \mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理论 \Leftrightarrow $AdS_5 \times S^5$ 空间上的 II-B 型弦

- 规范场论本质上是弦理论；在此意义上“点粒子”与“弦”模型的分水岭开始变得不那么清晰了
- 当然点粒子场论与弦理论的这种对偶是高度非平庸的
 - 为在规范理论中看到弦，首先需考虑大 λ 行为，Maldacena 的弱猜测将规范场映射成 AdS_5 上的超引力
 - 弦的显现来自其有限尺度效应对超引力的逐级修正，这在规范场论中产生了 $\lambda^{1/2}$ 的**负幂次**项对 $\lambda \gg 1$ 首阶近似的修正，但这类修正并不出现在 Yang-Mills 理论的普通微扰展开中
 - 可以通过重新标定规范场来消除作用量中传播子对耦合常数 g_{YM} 的依赖，同时得到的相互作用顶点将正比于 g_{YM} 或 g_{YM}^2

$$A_\mu \rightarrow g_{YM} \cdot A_\mu, \quad \frac{1}{g_{YM}^2} (\partial A_\mu)^2 \rightarrow (\partial A_\mu)^2$$

$$\frac{1}{g_{YM}^2} A^2 \cdot \partial A \rightarrow g_{YM} A^2 \cdot \partial A, \quad \frac{1}{g_{YM}^2} A^4 \rightarrow g_{YM}^2 A^4$$

- 根据费曼规则，微扰展开式是 $g_{YM} \propto \lambda^{1/2}$ 的一个从低到高的**正幂次**级数，在其可算的低阶部分读不出 $\lambda^{1/2}$ 的负幂次；对偶性把弦理论“容易”的部分，即 AdS_5 上的超引力及其低阶 α' -修正映射到 SYM 理论“困难”部分——非微扰区

- 在 Maldacena 弱猜测中，规范场的 $1/N$ 修正项在对偶理论中的含义是引力相互作用的量子修正 — 点粒子理论量子修正的阶数由费曼图的圈数 n 所控制
- 以有效作用量 S_{eff} 为例，将其展开成连通（平面）图 G 之和时，由拓扑关系 $V - L + n = 1$ 得

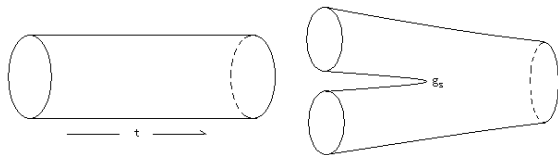
$$\frac{1}{\hbar} S_{\text{eff}} \sim \sum_G \hbar^{L[G]-V[G]} S[G] \sim \frac{1}{\hbar} S_{\text{cl}} + \sum_{n>0} \hbar^{n-1} S_n$$

$$\Rightarrow S_{\text{eff}} \sim S_{\text{cl}} + \hbar S_1 + \hbar^2 S_2 + \dots$$

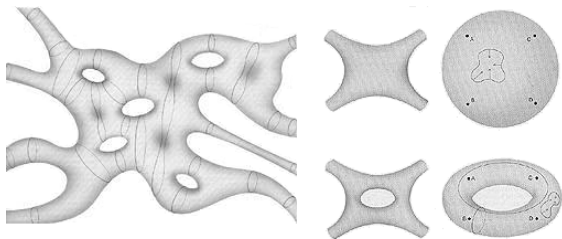
- 树图近似对应着经典作用量 S_{cl} ，第 n -圈的贡献 S_n 则给出有效作用量的 $O(\hbar^n)$ 阶量子修正，故按 \hbar 幂次的逐级展开恰好是微扰论的圈图展开
- 若把 Maldacena 弱猜测中的量子引力效应与规范场论大 N 行为之间的关系提升到强猜测情形，自然可期望规范场的 $1/N$ 展开将对应着 $AdS_5 \times S^5$ 中的 II-B 弦在量子化时所做的圈图展开；由 $N \sim \lambda/g_{\text{YM}}^2 \sim \lambda/g_s$ 将规范场大 N 展开式改写成

$$\tilde{F}(\lambda, g_s) \equiv F(\lambda, \lambda/g_s) = \sum_{h=0}^{\infty} g_s^{2h-2} \lambda^{2-2h} F_h(\lambda) \equiv \sum_{h=0}^{\infty} g_s^{2h-2} \tilde{F}_h(\lambda)$$

- 对偶到弦论中，这是个耦合常数 g_s 的幂级数，来自闭弦微扰论的圈图展开；第 h -圈的权重因子为 g_s^{2h-2}
- 弦的圈图概念可类比于点粒子的情形建立；仿照费曼，用下图表示闭弦在时空中的自由传播和相互作用顶点



- 闭弦的世界面及四点散射的树图和单圈示意图为



AdS/CFT 字典

- 边界理论中 Local 算子关联函数的 bulk 引力描述:
 - 设 M_4 为 AdS_5 的边界, bulk 超引力各场 ϕ 在 M_4 上的边值记为 $\phi_0(t, \vec{x}) = \phi|_{M_4}$ 。可对 bulk 中满足给定边界条件的所有 ϕ 做路径积分, 从而定义配分函数 $Z_{AdS}[\phi_0]$ 。鞍点近似:

$$Z_{AdS}[\phi_0] \sim e^{-N^2 S_{cl}[\bar{\phi}](1+O(\alpha'))} \times \left[1 + O\left(\frac{1}{N^2}\right) \right]$$

- $\bar{\phi}$ 是 bulk 中经典运动方程的解, 其边界条件为给定的 ϕ_0 。
- 因 ϕ_0 定义在 M_4 上, 可将其当作外源与边界共形场论中的某个算子 $\mathcal{O}(x)$ 耦合, 耦合要求 $\int d^4x \phi_0(x) \mathcal{O}(x)$ 是不变量。在边界理论中, 这些 Local 算子关联函数的生成泛函能够通过 bulk 的方法进行计算:

$$\left\langle e^{\int d^4x \phi_0(x) \mathcal{O}(x)} \right\rangle_{CFT} = Z_{AdS}[\phi_0]$$

- 边界理论引入有限温度，等价于在 bulk 引力系统中放入黑洞。AdS 空间中最简单的黑洞解为

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} \left[- \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4} \right) dt^2 + d\vec{x}^2 \right] + \frac{L^2}{r^2} \left(1 - \frac{r_0^4}{r^4} \right)^{-1} dr^2$$

Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵，与自由场近似下的边界规范理论的熵做比较：

$$T = \frac{r_0}{\pi L^2}, \quad S_{BH} = \frac{\pi^2}{2} N^2 T^3 V, \quad S_{gauge} = \frac{2\pi^2}{3} N^2 T^3 V$$

- 边界理论中的 Wilson 圈与 Bulk 中的弦

$$W(C) \sim \text{Tr} P \exp \oint_C A, \quad \langle W(C) \rangle \sim e^{-S(\Sigma)}$$

Σ : bulk 中弦的世界面，其边界 $\partial\Sigma = C$ 在 AdS 的边界 M_4 上；
 S : Nambu-Goto 作用量的极值， $X: \Sigma \rightarrow AdS$ 是运动方程的解时， $S = S_{NG}[X]$

全息性对 RHIC 物理的应用

AdS/CFT vs. Lattice QCD

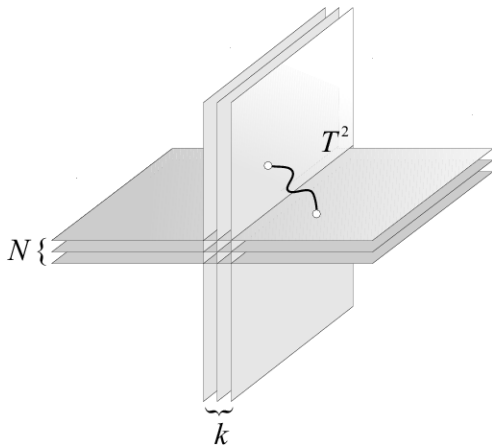
- 优点: 能(准)解析地处理动力学过程, 非微扰计算一些输运系数, 如 η , \hat{q} 等
- 缺点: AdS 所对应的是 $\mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理论, 不是普通 QCD; 一个严格意义上的 CFT 不可能直接描述囚禁和手征对称性破缺现象

AdS/CFT 应用例子

- $\eta/s = 1/(4\pi) \sim 0.1$
- \hat{q} 的计算, 与实验观测大致符合
- 能量损失和 drag force
- 屏蔽长度 L_s 的计算
- Wake 图景的理论解释
- \vdots

添加味膜

- $\mathcal{N} = 4$ SYM 的费米场填充规范群的伴随表示，不能描述夸克的动力学；为了解决这个问题，可以在系统中添加味膜
 - A. Karch and L. Randall, JHEP 0106, 063 (2001) [hep-th/0105132]
 - A. Karch and E. Katz, JHEP 0206, 043 (2002) [hep-th/0205236]
- 味膜来自与 $D3$ 色膜相交的膜



- Intersecting branes (Dp/Dq configurations)

		x^0	\dots	x^{d-1}	x^d	\dots	x^p	x^{p+1}	\dots	$x^{p+q+1-d}$	\dots	x^9
N_c	Dp :	*	\dots	*	*	\dots	*					
N_f	Dq :	*	\dots	*				*	\dots	*		

$$p + q + 2 - 2d = \begin{cases} 0 & (16 \text{ supercharges}) \\ 4, 8 & (8 \text{ supercharges}) \\ 2, 6 & (0 \text{ supercharges}) \end{cases}$$

p - p : vector multiplets on Dp worldvolume, in adjoint rep. of $U(N_c)$

q - q : vector multiplets on Dq worldvolume, in adjoint rep. of $U(N_f)$

p - q strings in NS sector:

$$p + q + 2 - 2d = \begin{cases} 6, 8 & (E_0 > 0, p-q \text{ string modes are all massive}) \\ 4 & (E_0 = 0, p-q \text{ string ground state is massless}) \\ 0, 2 & (E_0 < 0, p-q \text{ string ground state is tachyonic}) \end{cases}$$

p - q strings in R sector: ground states are massless \rightarrow chiral fermions in the fundamental rep. of $U(N_c)$

- Examples ($p + q + 2 - 2d \neq 0$)
 - $p = 1, d = 2$: $D1/D5$ and $D1/D9$, 8 supercharges
 - $p = 2, d = 2$: $D2/D4$, 8 supercharges
 - $p = 2, d = 3$: $D2/D6$, 8 supercharges
 - $p = 3, d = 2$: $D3/D3$ and $D3/D7$, preserving 1/4 susy
 - $p = 3, d = 3$: $D3/D5$, 8 supercharges
 - $p = 3, d = 4$: $D3/D7$, $\mathcal{N} = 2$ SYM
 - $p = 4, d = 2, 4$: $D4/D6$, preserving 1/4 susy
 - $p = 4, d = 3$: $D4/D4$, preserving 1/4 susy
 - $p = 5, d = 2, 4$: $D5/D5$, preserving 1/4 susy
 - $p = 6, d = 4$: $D6/D6$, not supersymmetric
 - \vdots

手征对称性及其破缺

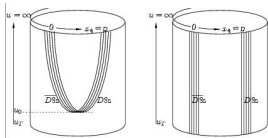
- Adding $N_f \overline{Dq}$ to the Dp/Dq system; the d -dimensional gauge theory has a chiral symmetry $U(N_f)_L \times U(N_f)_R$

- $Dp/Dq/\overline{Dq}$ configurations:

		x^0	\dots	x^{d-1}	x^d	\dots	x^p	x^{p+1}	\dots	$x^{p+q+1-d}$	\dots	x^9
N_c	Dp :	*	\dots	*	*	\dots	*					
N_f	Dq :	*	\dots	*				*	\dots	*		
N_f	\overline{Dq} :	*	\dots	*				*	\dots	*		

- Sakai-Sugimoto model: $D4/D8/\overline{D8}$, with x^4 compactified
 Sakai and Sugimoto, Prog. Theor. Phys. 113, 843 (2005); 114, 1083 (2006)

		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_c	$D4$:	*	*	*	*	*					
N_f	$D8$:	*	*	*	*		*	*	*	*	*
N_f	$\overline{D8}$:	*	*	*	*		*	*	*	*	*



$$U(N_f)_{\text{diag}} \leftarrow U(N_f)_L \times U(N_f)_R$$

手征对称性的动力学破缺

- Decompactification of x^4

E. Antonyan, J. A. Harvey, S. Jensen and D. Kutasov, NJL and QCD from string theory," arXiv:hep-th/0604017

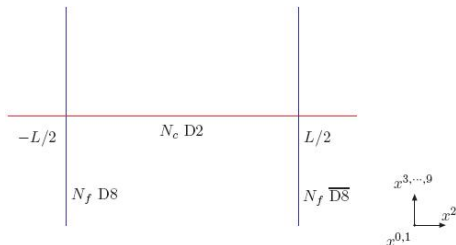
- 4D effective theory: A nonlocal version of the Nambu-Jona-Lasinio model
- solvable, can be used to study dynamical breaking of chiral symmetry
- containing four fermion interactions, not renormalizable

A toy model: $D2/D8/\overline{D8}$ system

- W-s Xu, D-f Zeng and YHG, JHEP 0608 (2006) 018; Phys.Rev. D76 (2007) 046003
- Brane configuration:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_c D2 :	x	x	x							
N_f D8 :	x	x		x	x	x	x	x	x	x
N_f $\overline{D8}$:	x	x		x	x	x	x	x	x	

- $N_f D8 // N_f \overline{D8}$, with a distance L in the x^2 direction
- $N_c D2$, intersecting $D8/\overline{D8}$ at (x^0, x^1)



- open strings 2-2, 8-8, $\overline{8}$ - $\overline{8}$, 8- $\overline{8}$, 2-8, 2- $\overline{8}$
- massless spectrum:

field	SO(1,1)	SO(8)	$U(N_c) \times U(N_f)_L \times U(N_f)_R$
A_μ	2	1	(adj, 1, 1)
q_L	1_+	1	$(N_c, N_f, 1)$
q_R	1_-	1	$(N_c, 1, N_f)$

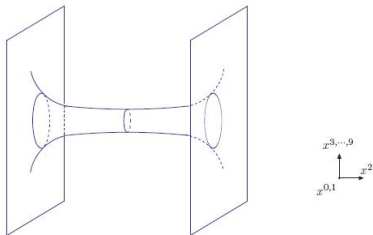
- Action on $D2$ worldvolume:

$$S = \int d^3x \left(-\frac{1}{g_3^2} F_{MN}^2 + i\delta(x^2 + L/2) q_L^\dagger (-D_0 + D_1) q_L \right. \\ \left. + i\delta(x^2 - L/2) q_R^\dagger (-D_0 - D_1) q_R \right)$$

- Effective action (a nonlocal version of the Gross-Neveu model):

$$S = i \int d^2x \left[q_L^\dagger (-\partial_0 + \partial_1) q_L + q_R^\dagger (-\partial_0 - \partial_1) q_R \right] + \frac{g_3^2}{4\pi} \int d^2x d^2y (\dots)$$

- bilinear fermions: $T(x, y) \propto q_L^\dagger(x) q_R(y)$
- Chiral symmetry breaking: $\langle T \rangle \neq 0$
- Also can be derived in the SUGRA side



非临界弦理论

- Holographic phase transition in a non-critical holographic model, Phys. Rev. D81:026008, 2010
- Note on a non-critical holographic model with a magnetic field, Phys. Rev. D81:066001, 2010

研究动机

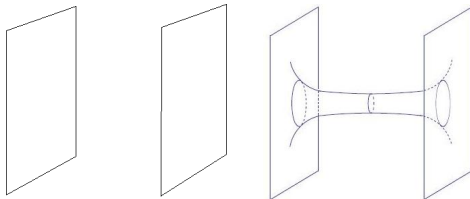
- Color brane background in critical models is usually ten dimensional
 - compactification \rightarrow KK modes
 - in QCD there are no such modes
- Intersecting brane configurations in non-critical string theory could get rid of KK modes
- Understanding universal properties of generic holographic models, e.g. their phase diagrams

A specific holographic model

- $d = 6$ non-critical theory: t, x^1, \dots, x^4, u , with periodic x^4
- N_c $D4$ color branes, N_f $D4/\overline{D4}$ flavor branes, $N_f \ll N_c$

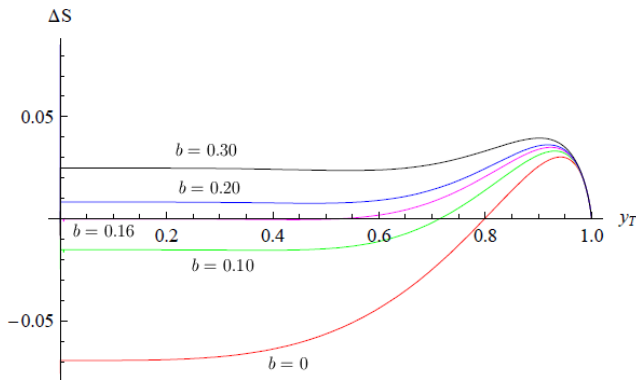
	t	x^1	x^2	x^3	x^4	u
N_c $D4$:	*	*	*	*	*	
N_f $D4/\overline{D4}$:	*	*	*	*		*

- Adjoint fermions on the color $D4$ satisfy an anti-periodic condition on the x^4 circle, they are massive and decoupled in the low-energy effective theory
- Global chiral symmetry breaking $U(N_f)_L \times U(N_f)_R \rightarrow U(N_f)_{\text{diag}}$



Finite chemical potential

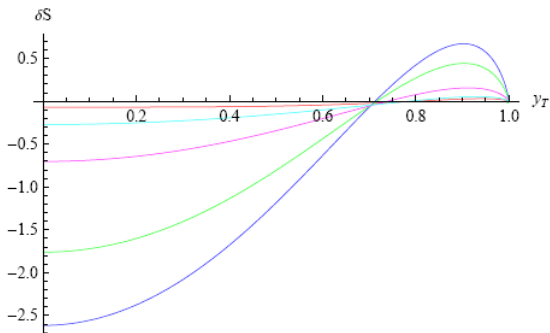
- The energy difference $\Delta S = S_{\text{connected}} - S_{\text{disconnected}}$ in the holographic model



- y_T , b correspond to the temperature and the chemical potential; \exists critical temperatures, below which the connected solution is dominated and the chiral symmetry is broken

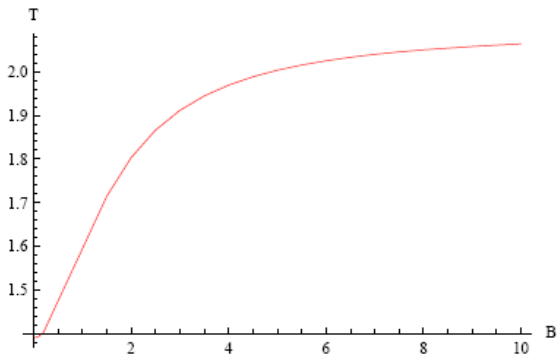
The holographic model in a magnetic field

- Turning on $2\pi\alpha'F_{23} = B$ on the flavor branes
- Energy difference δS between the connected and separated solutions, varies with y_T at $B = 0, 1, 3, 8, 12$

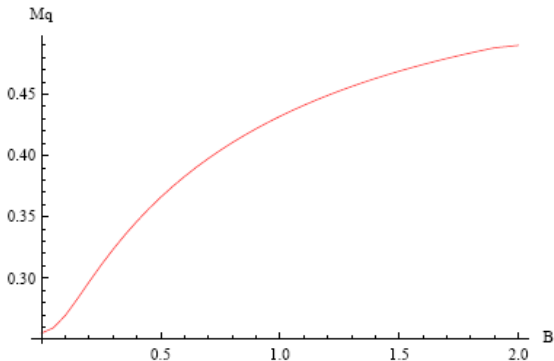


- \exists critical temperatures, below which the connected solution is dominated and the chiral symmetry is broken

- The critical temperature of chiral phase transition depends on the magnetic field B

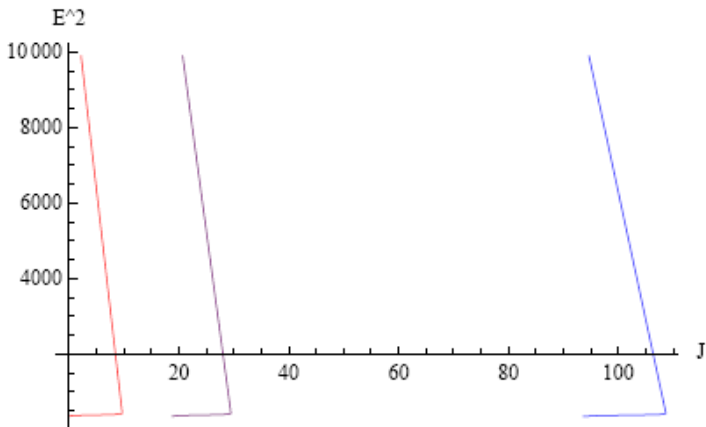


- In the chiral symmetry broken phase, the effective quark mass varies with the magnetic field B



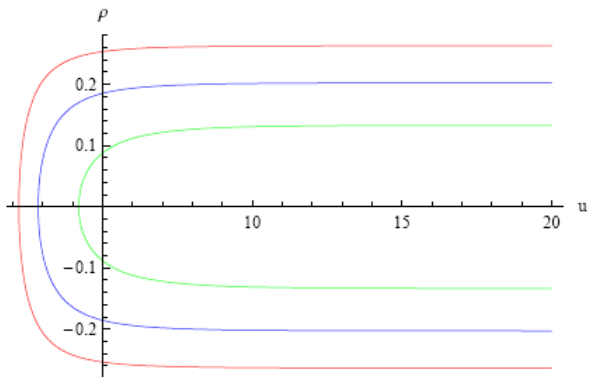
Regge trajectory behavior

- Spinning strings has two conserved quantities $E(\omega)$ and $J(\omega)$
- The relation between E^2 and J has the Regge trajectory behavior



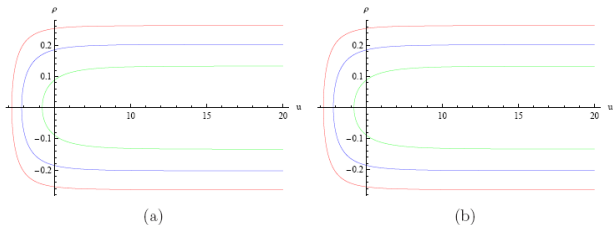
Regge trajectory behavior

- The string shape at $B = 0$ and $\omega = 1, 1.5, 3$

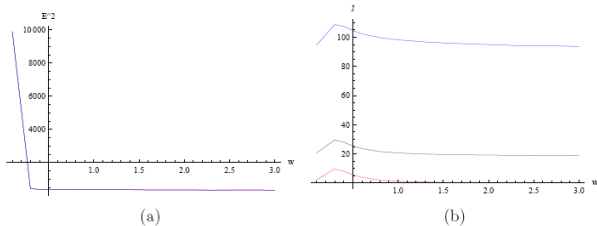


Regge trajectory behavior

- The string shape at (a) $B = 3$, (b) $B = 5$ ($\omega = 1, 1.5, 3$)



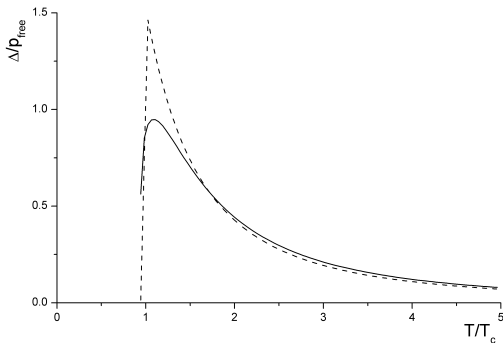
- (a) E^2 varies with the angular velocity ω at $B = 0, 3, 5$; (b) J varies with the angular velocity ω at $B = 0, 3, 5$



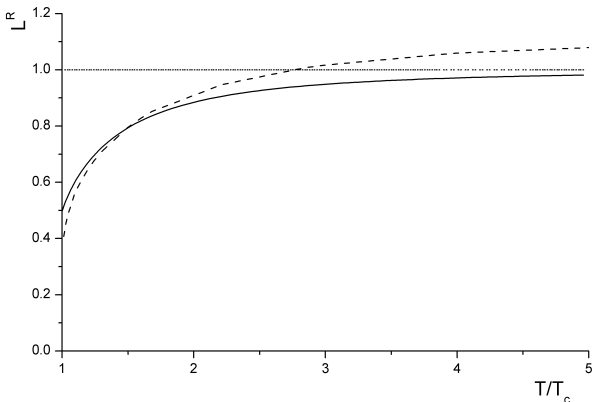
与格点 QCD 的若干比较

- 迹反常: Marco Panero. Phys.Rev.Lett. 103 (2009): 232001

$$\langle T^\mu{}_\nu \rangle \sim \begin{pmatrix} \epsilon & & & \\ & -p & & \\ & & \ddots & \\ & & & -p \end{pmatrix}, \quad \Delta = \epsilon - d \cdot p$$



- 另一个例子是 Polyakov 圈: Sourendu Gupta, Kay Huebner, and Olaf Kaczmarek. Phys.Rev. D77 (2008): 034503 [arXiv: 0711.2251]



- F. Zuo and YHG, "Quadratic thermal terms in the deconfined phase from holography", arXiv:1403.2241 [hep-ph]

小结和讨论

- 尽管尚未找到 QCD 准确的引力对偶，一些 QCD-like 的全息模型仍为我们理解强相互作用现象提供了帮助
 - RHIC 物理的深入探究
 - 与格点 QCD 的更多比较
 - 与 QCD 其他非微扰方法的比较
 - 色超导相是否存在？
- 按照 Clay 数学研究所悬赏项目的报告，解决 QCD 的困难很可能需要新的物理原理；这些新原理能够从弦理论的发展中得到启发吗？
- 反向利用全息性原理，揭示引力的量子性质和时空的本性

谢谢大家