

# 超弦/M理论中一些 非微扰性质的研究

导师：卢建新 教授

宁波

交叉学科理论研究中心

2009.5.29

- 作为非微扰物体的D-膜
- 正反膜的相互作用与低能动力学
- 非阈值束缚态的相互作用

## 作为非微扰物体的 D-膜

## 作为非微扰物体的D-膜

弦论中D-膜的存在是得到五种自洽而微扰不等价的十维超弦理论都属于一个唯一的十一维M-理论这一结论的本质因素。

- 一方面，弦论中同时含有开弦和闭弦的理论的T-对偶要求D-膜的存在
- 另一方面，弦的低能有效作用量（耦合于引力子、伸缩子以及(p+1)-形式Ramond-Ramond势）的经典解p-膜被构造出来<sup>1</sup>，其张力正比于弦耦合常数的倒数，对应于弦论中新的非微扰态。

1995年末Polchinski给出强有力的论证，确认这些新的非微扰态即是T-对偶要求的D<sub>p</sub>-膜<sup>2</sup>。

<sup>1</sup>M.J. Duff, R.R. Khuri and J.X. Lu, Phys. Rept. **259** (1995) 213

<sup>2</sup>J. Polchinski, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4724

## 作为非微扰物体的D-膜

- 作为弦论中的非微扰延展体，D-膜因其有对偶的描述而扮演了特殊重要的角色，即或用微扰开弦描述或作为孤立子用闭弦描述，这使我们可以探索它们的更多非微扰特征，如AdS/CFT对偶或某些黑D-膜的统计熵。下面我们分别从这两个方面来考察D-膜。

## 玻色闭弦的T-对偶

- D-膜是开弦的端点附着的物体，它可以由T-对偶自然地引出。紧化在半径为R的圆周上的玻色弦理论中的闭弦，其沿紧化方向的模展开为

$$X^{25}(\sigma, \tau) = x^{25} + 2\alpha' p^{25} \tau + 2RW\sigma + \dots,$$

$W$  为缠绕数；沿紧化方向的动量是量子化的， $p^{25} = \frac{K}{R}$ ， $K \in \mathbb{Z}$ ， $K$  为 Kaluza-Klein 动量量子数。其25维质量谱为

$$\alpha' M^2 = \alpha' \left[ \left( \frac{K}{R} \right)^2 + \left( \frac{WR}{\alpha'} \right)^2 \right] + 2N_L + 2N_R - 4.$$

对换  $W$  和  $K$  并同时令  $R \rightarrow \tilde{R} = \alpha'/R$ ，质量谱保持不变。玻色弦理论的这种对称性叫做T-对偶，它意味着很大的紧化半径和很小的紧化半径在物理上是等价的。闭弦在T-对偶变换下动量模和缠绕模互换，变为对偶几何中的闭弦。

## 玻色开弦的T-对偶

- 开弦没有缠绕模。满足 Neumann 边界条件的开弦，其模展开为

$$X(\tau, \sigma) = x + p\tau + i \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} \alpha_n e^{-in\tau} \cos(n\sigma),$$

紧化在半径为  $R$  的上，T-对偶将其变换到

$$\tilde{X}(\tau, \sigma) = X_L - X_R = \tilde{x} + p\sigma + \sum_{n \neq 0} \frac{1}{n} \alpha_n e^{-in\tau} \sin(n\sigma).$$

T-对偶的开弦在紧化方向只有振动，在端点处振动项消失，端点固定

$$\tilde{X}(\tau, 0) = \tilde{x}, \quad \tilde{X}(\tau, \pi) = \tilde{x} + \frac{\pi K}{R} = \tilde{x} + 2\pi K \tilde{R},$$

即T-对偶把Neumann 边界条件变换为Dirichlet 边界条件，T-对偶的开弦端点固定在超平面  $\tilde{X} = \tilde{x}$  上，这个超平面被称作 **D-膜**。

## Wilson line与多重膜

- 对于端点具有Chan-Paton自由度的开弦，理论具有U(n)规范对称性。考虑一个纯规范势（其沿紧化方向的积分给出 Wilson line）

$$A_{25} = -\frac{1}{2\pi R} \text{diag}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n),$$

规范场的出现将使处于Chan-Paton态  $|ij\rangle$  的开弦的物理动量发生平移

$$p_{25} = \frac{K}{R} - \frac{\theta_i - \theta_j}{2\pi R}, \quad K \in \mathbb{Z}.$$

即开弦的动量量子数出现分数，所以T-对偶的开弦出现分数缠绕数，这意味着开弦的端点落在不同的D-膜上。处于  $i$  态的端点位置在

$$\tilde{X}_i^{25} = \theta_i \tilde{R} = -2\pi\alpha' A_{25,ii}.$$

因此共有  $n$  张D-膜。

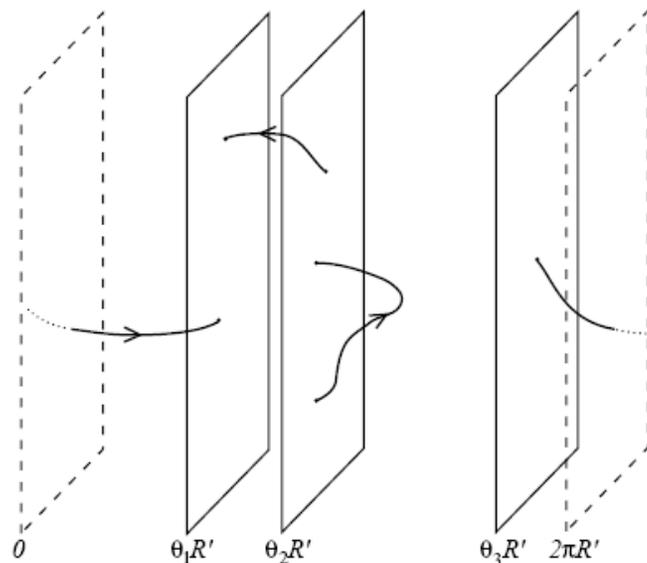
## Wilson line与多重膜

- 开弦的质量谱为

$$M_{ij}^2 = \left( \frac{K}{R} + \frac{\theta_j - \theta_i}{2\pi R} \right)^2 + \frac{1}{\alpha'}(N - 1)$$

考察规范玻色子，如果所有的  $\theta_i$  都不相同即所有 D-膜都不重合，零质量态

只有那些搭在同一张 D-膜上的开弦，规范群为  $U(1)^n$ 。如果有两个  $\theta_i$  相等即两张 D-膜重合，将增加两个非对角的开弦零质量态，规范对称性由  $U(1) \times U(1)$  提升为  $U(2)$ 。更一般地，如果有  $r$  张 D-膜重合，则规范群包含  $U(r)$  因子。于是多个重合的 D-膜实现了非 Abelian 规范对称性。



- 依据极化方向的不同可将零质量矢量态分为两类：沿 D-膜切向极化的态组成 D-膜上的规范场，垂直于 D-膜极化的态表示 D-膜的横向位移。

## 超弦的T-对偶

- 与玻色弦理论不同，超弦理论中的某些 D-膜带有守恒荷，附着于其上的开弦谱不存在快子模，因而是稳定的。

- 超弦理论中的 Dp-膜电耦合于 (p+1)-形式规范场  $A_{p+1}$ ,  $S_{\text{int}} = \mu_p \int A_{p+1}$

其中  $\mu_p$  为 Dp-膜的荷，可以由 Gauss 定理求出  $\mu_p = \int * F_{p+2}$

Dp-膜的磁对偶所带的荷为  $\mu_{D-p-4} = \int F_{p+2}$

对于 D=10, p-膜与 (6-p)-膜互成电磁对偶，它们的荷满足 Dirac 量子化条件

$$\mu_p \mu_{6-p} \in 2\pi\mathbb{Z}.$$

## II型超弦的T-对偶

- $n$ -形式规范场电耦合于 $(n-1)$ -膜，而磁耦合于 $(7-n)$ -膜，  
IIA理论的R-R分支包含 $n=1,3$ 的规范场，所以含 $p=0,2,4,6,(8)$ 的 $Dp$ -膜；  
IIB理论的R-R分支包含 $n=0,2,4$ 的规范场，所以含 $p=-1,1,3,5,7,(9)$ 的 $Dp$ -膜。
- 这些带有守恒荷的稳定D-膜保持一半的时空超对称，因此是BPS态。
- 此外II型超弦理论还存在一类具有“错误”维数的 $Dp$ -膜，即IIA理论中 $p$ 为奇数而IIB理论中 $p$ 为偶数。这类 $Dp$ -膜不携带守恒荷，是非稳定的，它们破坏所有的超对称，给出具有快子的开弦谱。它们也被称作非BPS D-膜。

## II型超弦的T-对偶

- 对于紧化在半径为R的圆周上的II型理论，玻色坐标的T-对偶变换跟玻色弦理论中一样

$$X_L^9 \rightarrow X_L^9, \quad X_R^9 \rightarrow -X_R^9,$$

超弦世界面上的超对称要求世界面费米子与其玻色伴子变换方式相同

$$\psi_L^9 \rightarrow \psi_L^9, \quad \psi_R^9 \rightarrow -\psi_R^9.$$

这意味着T-对偶变换之后右行R分支基态的手征性改变了，因此T-对偶将IIA理论变换为紧化在对偶半径上的IIB理论，反之亦然。

- 由于T-对偶将Neumann边界条件变为Dirichlet边界条件，沿Dp-膜的切向作T-对偶将使其变为D(p-1)-膜，而沿垂直于Dp-膜的方向作T-对偶将使其变为D(p+1)-膜，于是T-对偶将偶数维和奇数维的D-膜联系起来。

## II型超弦的T-对偶

- IIA和IIB超弦理论之间的T-对偶是一种微扰对偶，在弦微扰展开中逐阶成立。考察它们的低能有效作用量可得耦合常数的变换关系

$$\tilde{g}_s = \frac{\sqrt{\alpha'}}{R} g_s$$

- 对于有背景场的情形，背景场在T-对偶下的变换关系为

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{99} &= \frac{1}{G_{99}}, & \tilde{G}_{9\mu} &= \frac{B_{9\mu}}{G_{99}}, & \tilde{G}_{\mu\nu} &= G_{\mu\nu} + \frac{B_{9\mu}B_{9\nu} - G_{9\mu}G_{9\nu}}{G_{99}}. \\ e^{2\tilde{\Phi}} &= \frac{e^{2\Phi}}{G_{99}}, & \tilde{B}_{9\mu} &= \frac{G_{9\mu}}{G_{99}}, & \tilde{B}_{\mu\nu} &= B_{\mu\nu} + \frac{G_{9\mu}B_{9\nu} - B_{9\mu}G_{9\nu}}{G_{99}}. \end{aligned}$$

$$\tilde{C}_9 = C, \quad \tilde{C}_\mu = C_{\mu 9}, \quad \tilde{C}_{\mu\nu 9} = C_{\mu\nu}, \quad \tilde{C}_{\mu\nu\lambda} = C_{\mu\nu\lambda 9}.$$

## D-膜的作用量

- D-膜上附着的开弦体现了膜的动力学。在远低于弦能标的能量下，可以只考虑开弦的零质量模，建立起D-膜的**低能有效作用量**。玻色场部分的作用量包括 **DBI 作用量**

$$S_{\text{DBI}} = -T_p \int d^{p+1}\sigma \left( e^{-\Phi} \sqrt{-\det(P[G+B]_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab})} \right)$$

以及 **Chern-Simons 作用量**

$$S_{\text{CS}} = \mu_p \int \left( P \left[ \sum_n C_n e^B \right] e^{2\pi\alpha' F} \right)_{p+1}$$

其中 P 表示从时空到世界体的 pull back. 膜的张力  $T_p$  以及荷  $\mu_p$  可以通过比较弦论和低能场论对膜相互作用振幅的计算结果来确定

$$T_p = \mu_p = \frac{1}{g_s (2\pi)^p \alpha'^{(p+1)/2}}$$

## D-膜的作用量

- 对于N张重合的D<sub>p</sub>-膜，世界体上的规范对称性由单个D-膜的U(1)提升到U(N). 这时的作用量可以由D9-膜作用量出发作非Abel扩展后对9-p个方向作T-对偶而得

$$S_{\text{DBIM}} = -T_p \int d^{p+1} \sigma \text{Tr} \left( e^{-\Phi} \sqrt{-\det (P[E_{ab} + E_{ai}(Q^{-1} - \delta)^{ij} E_{jb}] + kF_{ab}) \det(Q_j^i)} \right),$$

$$E_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} + B_{\mu\nu}, \quad Q_j^i = \delta_j^i + ik [\Psi^i, \Psi^k] E_{kj}.$$

$$S_{\text{CSM}} = \mu_p \int \text{Tr} \left( P \left[ e^{ik \int \Psi^i} \left( \sum_n C_n e^B \right) \right] e^{kF} \right)_{p+1}$$

非Abel情形下D<sub>p</sub>-膜可以跟更高秩的R-R势耦合，这个事实有一些特殊的物理效应<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>R. C. Myers, JHEP 9912 (1999) 022

## D-膜的超引力描述

- 以上是对D-膜的微扰开弦描述，受制于研究非微扰问题的有限方法，开弦描述并不能完全揭示D-膜的非微扰性质；另一方面，D-膜可以作为超引力的经典解存在，作为超弦的低能有效理论的超引力是非微扰的，因此我们有望在超引力描述中发现D-膜的更多非微扰性质。

IIA和IIB型超引力作用量的玻色部分分别为（Einstein框架）

$$S_{\text{IIA}} = \frac{1}{2\kappa_0^2} \int d^{10}x \sqrt{-g} \left( R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{e^{-\phi}}{2 \cdot 3!} H_{[3]}^2 - \frac{e^{\frac{3}{2}\phi}}{2 \cdot 2!} F_{[2]}^2 - \frac{e^{\frac{1}{2}\phi}}{2 \cdot 4!} F_{[4]}^2 \right) - \frac{1}{4\kappa_0^2} \int B_{[2]} \wedge F_{[4]} \wedge F_{[4]} .$$

$$S_{\text{IIB}} = \frac{1}{2\kappa_0^2} \int d^{10}x \sqrt{-g} \left( R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{e^{-\phi}}{2 \cdot 3!} H_{[3]}^2 - \frac{e^{2\phi}}{2} F_{[1]}^2 - \frac{e^{\phi}}{2 \cdot 3!} F_{[3]}^2 - \frac{1}{4 \cdot 5!} F_{[5]}^2 \right) + \frac{1}{4\kappa_0^2} \int C_{[4]} \wedge F_{[3]} \wedge H_{[3]} .$$

## BPS D-膜的超引力解

- 只考虑带有一种类型的R-R荷的解，IIA和IIB超引力作用量可统一写为

$$S_{\text{II}} = \frac{1}{2\kappa_0^2} \int d^{10}x \sqrt{-g} \left( R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2 \cdot q!} e^{a\phi} F_{[q]}^2 \right)$$

其中  $a = (5 - q)/2$ . 作如下求解假设

$$ds^2 = e^{2A(r)}(dr^2 + r^2 d\Omega_q^2) + e^{2B(r)}(-dt^2 + \sum_{i=1}^p (dx^i)^2),$$

$$F_{[q]} = b \text{Vol}(\Omega_q).$$

分析时空的超对称性质可知当A(r)和B(r)满足下列条件时解满足BPS条件

$$(p + 1)B(r) + (q - 1)A(r) = 0$$

## BPS D-膜的超引力解

- 在BPS条件下求解运动方程得解

$$ds^2 = \bar{H}^{-\frac{7-p}{8}} (-dt^2 + \sum_{i=1}^p (dx^i)^2) + \bar{H}^{\frac{p+1}{8}} (dr^2 + r^2 d\Omega_q^2),$$

$$e^{2\phi} = \bar{H}^{-a},$$

$$F_{[q]} = b \text{Vol}(\Omega_q).$$

其中  $q = 8 - p$ ,

$$\bar{H} = 1 + \frac{\bar{\omega}^{7-p}}{r^{7-p}}, \quad b = \pm (7-p) \bar{\omega}^{(7-p)}.$$

以上是带磁荷的D<sub>p</sub>-膜解。相应的带电荷的D<sub>p</sub>-膜解可以由R-R场的电磁对偶性质得到

$$F_{[p+2]} = e^{a\phi} * F_{[q]}$$

## 正反D-膜系统的超引力解

- 迄今为止人们对保持超对称的BPS D-膜动力学的研究已取得很大成功，然而在相应过程中弦处于质壳上，并不涉及弦的产生和湮灭，因此只研究BPS D-膜并不能完全反映弦的非微扰效应。另外现实世界是非超对称的，这也要求我们必须研究非超对称D-膜。
- 非超对称D-膜系统如正反膜系统存在快子模式，其物理真空是不稳定的，将通过快子凝聚衰变到稳定真空。在利用开弦的弦场论或快子等效作用量的开弦近似来描述膜方面，快子凝聚已经得到较好理解；然而从闭弦（或其低能有效理论超引力）角度来理解这一过程却还远不完整。下面介绍非超对称D-膜的超引力解。

## 正反 D-膜系统的超引力解

- 非超对称D $p$ -膜解可以由放宽BPS条件而得到

$$(p+1)B(r) + (q-1)A(r) = \ln G(r)$$

在此条件下求解运动方程，得到非超对称**静态**带磁荷的D $p$ -膜解

$$ds^2 = F_1^{\frac{p+1}{8}} (H_1 \tilde{H}_1)^{\frac{2}{7-p}} (dr^2 + r^2 d\Omega_q) + F_1^{-\frac{7-p}{8}} \left( -dt^2 + \sum_{i=1}^p (dx^i)^2 \right)$$

$$e^{2\phi} = F_1^{-a} \left( \frac{H_1}{\tilde{H}_1} \right)^{2\delta}$$

$$F_{[q]} = b \text{Vol}(\Omega_q)$$

## 正反 D-膜系统的超引力解

其中

$$H_1(r) = 1 + \frac{\omega^{7-p}}{r^{7-p}}, \quad \tilde{H}_1(r) = 1 - \frac{\omega^{7-p}}{r^{7-p}},$$

$$F_1 = \cosh^2 \theta \left( \frac{H_1}{\tilde{H}_1} \right)^\alpha - \sinh^2 \theta \left( \frac{\tilde{H}_1}{H_1} \right)^\beta$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2(8-p)}{7-p} - \frac{(7-p)(p+1)}{16}} + \frac{a\delta}{2}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2(8-p)}{7-p} - \frac{(7-p)(p+1)}{16}} - \frac{a\delta}{2}$$

$$b = (\alpha + \beta)(7-p)\omega^{7-p} \sinh 2\theta$$

该解可解释为相等或不等数目的重合的正反 D-膜。这个解的静态性质跟开弦描述的不稳定和快子凝聚图像似乎发生了冲突。

## 正反D-膜系统的超引力解

- 当参数取一定值时，非超对称Dp-膜解可以退化为BPS D-膜解，设

$$\omega^{7-p} = \epsilon \bar{\omega}^{7-p}$$

这里  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $\bar{\omega}$  为某固定值，此时

$$F_1 = \cosh^2 \theta \left( \frac{H_1}{\tilde{H}_1} \right)^\alpha - \sinh^2 \theta \left( \frac{\tilde{H}_1}{H_1} \right)^\beta \rightarrow 1 + [(\alpha + \beta) \cosh 2\theta + (\alpha - \beta)] \frac{\bar{\omega}^{7-p}}{r^{7-p}} \epsilon$$

当取  $\cosh 2\theta = 1/\epsilon(\alpha + \beta)$  时

$$F_1 \rightarrow 1 + \frac{\bar{\omega}^{7-p}}{r^{7-p}}$$

此时非超对称D-膜即退化为BPS D-膜。

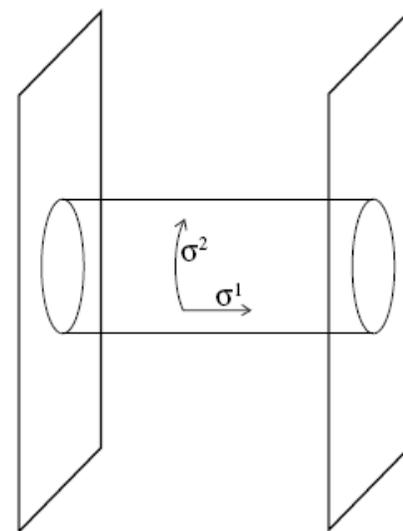
## 正反膜的相互作用与低能动力学

## 正反膜的相互作用与低能动力学

- 非超对称D-膜系统如正反膜系统对于我们更完全地了解弦的非微扰效应以及建立描述现实世界的模型都有重要意义。一方面人们从开弦角度利用弦场论等方法对正反膜系统的不稳定性及快子凝聚作了较好的了解，另一方面从超引力角度得到描述正反膜系统的经典解，这个解的静态性质似乎跟快子凝聚图像发生了矛盾。
- 我们将从微扰开弦和超引力两个方面对正反膜系统作进一步考察，探讨这种表面的不一致性产生的原因；此外将从低能动力学角度考察正反膜系统的运动学行为，这将有助于建立一些有意义的宇宙学模型。先来回顾一些对正反膜系统的开弦描述和超引力描述的已有工作。

## 开弦描述与快子动力学

- 对于有快子模出现的非稳定正反膜系统，一种看出快子凝聚发生的方法是计算平行放置的膜与反膜之间的相互作用，考察当间距趋于弦尺度时作用力的行为<sup>4</sup>。



- 对于以间距  $Y$  平行放置的带有相同 R-R 荷的  $Dp$ -膜，其相互作用力的最低阶可以由开弦的单圈柱面图来计算，相互作用振幅为<sup>2</sup>

$$A = V_{p+1} \int_0^\infty \frac{dt}{t} (2\pi t)^{-\frac{(p+1)}{2}} e^{-\frac{tY^2}{8\pi^2\alpha'^2}} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^{2n})^{-8} \\ \frac{1}{2} \left\{ -16 \prod_{n=1}^{\infty} (1 + q^{2n})^8 + q^{-1} \prod_{n=1}^{\infty} (1 + q^{2n-1})^8 - q^{-1} \prod_{n=1}^{\infty} (1 - q^{2n-1})^8 \right\},$$

<sup>4</sup>T. Banks and L. Susskind, arXiv:hep-th/9511194

## 开弦描述与快子动力学

其中  $q = e^{-t/4\alpha'}$ , 前两项为来自NS-NS 闭弦交换的引力, 第三项为来自R-R闭弦交换的斥力, 这两部分相互抵消, 体现了系统的BPS性质。

- 如果将其中一张膜换为反膜, R-R项将改变符号, 从而存在净的引力. 对于  $D0 - \bar{D}0$  系统, 可求得相互作用力

$$F \sim Y \int dt (2\pi t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{t}{4\alpha'} \left( \frac{Y^2}{2\pi^2\alpha'} - 1 \right)} f(t)$$

其中  $f(t)$  当  $t$  很大时趋于1,  $t \rightarrow 0$  时迅速趋于0. 定义  $Z = \frac{1}{4\alpha'} \left( \frac{Y^2}{2\pi^2\alpha'} - 1 \right)$ ,

$$F \sim \frac{1}{\sqrt{Z}} Y \int \frac{du}{u^{1/2}} e^{-u} f\left(\frac{u}{Z}\right) \xrightarrow{Z \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{Z}} Y \int \frac{du}{u^{1/2}} e^{-u} \propto \frac{1}{\sqrt{Z}} Y$$

可见相互吸引力在  $Z \rightarrow 0$  时发散, 解析延拓至  $Y^2 < 2\pi^2\alpha'$  为复数, 这暗示膜间距达到弦尺度时发生了非弹性作用. 注意到  $Z$  正比于正反膜之间最轻开弦的能量的平方,  $Z$  变为负值意味着产生了快子。

## 开弦描述与快子动力学

- Sen对快子动力学作了阐述<sup>5</sup>。对于连接在正反膜之间的开弦，GSO投影规则与连接在相同膜之间的开弦正好相反，原来NS分支中应当被GSO投影消除的快子模式被保留下来。

在开弦场论中通过形式地积掉所有正质量模式的场，Sen提出一个方便地得到快子有效作用量的方法。用 $V(T)$ 表示快子等效势，当令所有无质量场为零时快子等效作用量形如

$$- \int d^{p+1}x V(T)$$

$V(T)$ 在 $T=0$ 时有最大值。正反膜系统中 $V(T)$ 在 $T = T_0 e^{i\alpha}$ 处取最小值，此处势能为 $V(T_0) + 2T_p = 0$ 。因此当系统处于快子势最小值（快子凝聚结束）时总能量为零，对应保持所有超对称的平直时空。这一结果对正反膜数目相等的系统也成立；而对于 $N$ 张膜和 $\bar{N}$ 张反膜构成的系统，当处于快子势能最小值时系统能量为 $|N - \bar{N}|T_p$ ，表明此时系统存在 $|N - \bar{N}|$ 张膜（或反膜），保持时空一半的超对称。

<sup>5</sup>A. Sen, arXiv:hep-th/0410103

## 超引力描述及微观解释

- 如前所述，正反D-膜系统的超引力解在参数取某些极限时退化到 BPS D-膜解，这个过程跟快子凝聚有某种相似性，因而可以猜测非超对称 D-膜解的参数演化描绘了快子凝聚过程。文献<sup>6</sup>揭示了正反膜系统的超引力解的 3 个参数  $\delta, \omega, \theta$  与快子场  $T$  以及微观物理参数  $N$  (膜的数目) 和  $\bar{N}$  (反膜的数目) 之间的关系：

$$(7-p)\omega^{7-p} = \sqrt{\frac{7-p}{2(8-p)}}(N\bar{N})^{1/2} \frac{2\kappa_0^2}{\Omega_{8-p}} T_p \cos T$$

$$\delta = \frac{a}{|a|} \sqrt{\frac{8-p}{2(7-p)}} \left[ |a| \sqrt{\cos^2 T + \frac{(N-\bar{N})^2}{4N\bar{N} \cos^2 T}} - \sqrt{a^2 \left( \cos^2 T + \frac{(N-\bar{N})^2}{4N\bar{N} \cos^2 T} \right) + 4 \sin^2 T} \right]$$

$$\sinh 2\theta = \frac{|N-\bar{N}|}{c(\alpha+\beta)(N\bar{N})^{1/2} \cos T}, \quad c = \sqrt{(7-p)/2(8-p)}.$$

## 超引力描述及微观解释

于是正反膜系统的 ADM 质量可以用微观物理参数表达为

$$M = T_p \sqrt{(N + \bar{N})^2 - 4N\bar{N}(1 - \cos^4 T)} \leq T_p(N + \bar{N}).$$

可以检验, 当  $T=0$  时系统处于快子势的顶端, 给出系统能量的最大值  $M = (N + \bar{N})T_p$ , 这是快子凝聚尚未发生时的情形, 此时  $\delta = 0$ , 所对应的解破缺所有的超对称。在快子凝聚结束时  $T = \pi/2$ ,  $M = |N - \bar{N}|T_p$ , 此时的解表示满足BPS条件的  $(N - \bar{N})$  张膜 ( $N > \bar{N}$ ) 或  $(\bar{N} - N)$  张反膜 ( $\bar{N} > N$ )。

可见, 非超对称静态D-膜解在参数  $\omega, \delta, \theta$  演化时描述了快子凝聚过程, 每一组给定参数给出了快子凝聚过程的某一瞬间的静态图像。

## 正反膜的相互作用

我们将考察正反膜相互作用力的两个方面，一方面将 Banks 和 Susskind 关于  $D0-\bar{D}0$  系统的讨论推广到  $Dp-\bar{D}p$  情形 ( $1 \leq p \leq 8$ ), 另一方面对超引力构象的静态性质跟快子凝聚图像的不稳定性质的表现矛盾性作一探讨<sup>7</sup>。

<sup>7</sup>J.X. Lu, Bo Ning, Shibaji Roy and Shan-Shan Xu, JHEP 0708 (2007) 042

## 正反膜相互作用力的开弦分析

- 考虑弱耦合 II 型弦理论。尽管 D-膜的张力反比于弦耦合常数  $g$ ，在弱耦合极限  $g \rightarrow 0$  下 D-膜仍可视作平坦刚体，而时空背景仍是平坦的。为此考察 D $p$ -膜的超引力构象的度规

$$ds^2 = \left(1 + \frac{k_p}{r^{7-p}}\right)^{-\frac{7-p}{8}} dx_{\parallel}^2 + \left(1 + \frac{k_p}{r^{7-p}}\right)^{\frac{p+1}{8}} dx_{\perp}^2,$$

其中  $p = 0, 1, \dots, 6$ ,  $k_p \sim 2\kappa^2 N T_p \sim N g \alpha'^{(7-p)/2}$ ,

可见对于固定的膜的数目  $N$ ，当  $g \rightarrow 0$  时  $k_p$  趋于 0，因而时空仍保持是平坦的，这一结论对  $\alpha'^{1/2} \gg r \gg (N g)^{1/(7-p)} \alpha'^{1/2}$  这样小的尺度也成立。所以只要不探测比弦尺度小得多的距离，可以取膜和时空都是平坦的。

## 正反膜相互作用力的开弦分析

- 对于以间距  $Y$  平行放置的膜和反膜，其相互作用势密度为

$$a \equiv \frac{A}{V_{p+1}} = \int_0^\infty \frac{dt}{t} (2\pi t)^{-\frac{(p+1)}{2}} e^{-\frac{t}{4\alpha'} \left( \frac{Y^2}{2\pi^2\alpha'} - 1 \right)} \prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1 - q^{2n-1}}{1 - q^{2n}} \right)^8,$$

引入  $Z = \frac{Y^2}{2\pi^2\alpha'} - 1$  以及  $g(t) = \prod_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1 - q^{2n-1}}{1 - q^{2n}} \right)^8$ ，定义  $u = t/4\alpha'$ ，

则单位  $p$ -膜体积的吸引力为

$$f = -\frac{da}{dY} = \frac{Y}{\pi^2\alpha' (8\pi\alpha')^{(p+1)/2}} \int_0^\infty du u^{-\frac{p+1}{2}} e^{-uZ} g(u),$$

利用  $\theta$ -函数关系可得

$$g(u) = \begin{cases} 1 & u \rightarrow \infty \\ (2u/\pi)^4 & u \rightarrow 0 \end{cases}$$

## 正反膜相互作用力的开弦分析

- 分析积分的行为可知，当  $Z \rightarrow 0^+$  时膜与反膜之间的作用力对  $p = 0, 1$  是发散的，而对  $2 \leq p \leq 8$  是有限的。当  $Z < 0$  时作用力对  $0 \leq p \leq 8$  总是发散的，这样一个发散的力的出现标志着计算的崩溃或新过程的出现，暗示了快子凝聚的发生。
- 上述结果暗示快子凝聚在  $p \leq 1$  情形发生在比  $p > 1$  情形更大的膜间距上，这种差异背后是否有更深的原因还有待观察。

## 超引力解的静态性质的证据

- 既然正反膜系统是不稳定的且将发生快子凝聚，应当期望不存在静态的构象，因此超引力解的静态性质必然来源于超引力近似。文献<sup>8</sup>类比 Birkhoff 定理对如何理解这些解的静态性质作了探讨：一个径向脉动的球对称星体其外部几何是静态的，因此即使作为源的正反膜系统随时间演化，超引力解仍然可以保持静态；随时间演化的效应应当出现在闭弦的更高质量模上。
- 我们将用一个放置在重合的正反膜位置的探针膜来探测正反膜之间的相互作用，我们发现探针膜在系统中感受到的力为零，因此为超引力近似下正反膜系统的静态性质提供了一个更为直接的证据。

<sup>8</sup>P. Brax, G. Mandal and Y. Oz, Phys. Rev. D63 (2001) 064008

## 超引力解的静态性质的证据

- 我们将作为探针的  $D_p$ -膜放置在重合的  $D_p - \bar{D}_p$  的位置即  $r = \omega$  处。为保证探针膜不强耦合于  $D_p - \bar{D}_p$  背景，系统必须处于快子凝聚刚开始的阶段，即非常接近  $\delta = 0$  处。
- 不考虑世界体上的激发， $D_p$ -探针的拉氏密度的玻色部分为(弦框架)

$$\mathcal{L}_p = -T_p \left[ e^{-\phi} \sqrt{-\det \gamma_{\mu\nu}} + A_{01\dots p} \right]$$

由非超对称D-膜的超引力解背景可求出势密度

$$\begin{aligned} V_p &= T_p \left[ e^{-\phi} \sqrt{-\det \gamma_{\mu\nu}} + A_{01\dots p} \right] \\ &= T_p \frac{\left( \frac{\tilde{H}_1}{H_1} \right)^{\alpha - \frac{\alpha\delta}{2}} - \sinh \theta \cosh \theta \left( 1 - \left( \frac{\tilde{H}_1}{H_1} \right)^{\alpha + \beta} \right)}{\cosh^2 \theta - \left( \frac{\tilde{H}_1}{H_1} \right)^{\alpha + \beta} \sinh^2 \theta}, \end{aligned}$$

## 超引力解的静态性质的证据

- 于是单位  $p$ -膜体积受到的力为

$$\begin{aligned}
 f_p &= -\frac{dV_p}{dr} \\
 &= -\frac{\alpha + \beta}{2} T_p \frac{\cosh^2 \theta + \left(\frac{\tilde{H}_1}{H_1}\right)^{\alpha+\beta} \sinh^2 \theta + 2 \left(\frac{\tilde{H}_1}{H_1}\right)^{(\alpha+\beta)/2} \sinh \theta \cosh \theta}{\left[\cosh^2 \theta - \left(\frac{\tilde{H}_1}{H_1}\right)^{\alpha+\beta} \sinh^2 \theta\right]^2} \\
 &\quad \times \left(\frac{\tilde{H}_1}{H_1}\right)^{(\alpha+\beta)/2-1} \frac{2(7-p)\omega^{7-p}}{H_1^2 r^{8-p}},
 \end{aligned}$$

由于在  $r = \omega$  处  $\tilde{H}_1/H_1 = 0$ ，而对于非常接近零的  $\delta$  有  $(\alpha + \beta)/2 - 1 > 0$ ，因此探针膜在  $Dp - \bar{D}p$  重合位置受到的力确实为零，也即正反膜之间相互作用力为零。

## 超引力解的静态性质的证据

- 如何调和这一结果跟开弦计算得到的发散结果呢？我们要指出两种情形的不同之处：在超引力近似下我们只考虑II型理论的零质量模及其自相互作用（对背景的反馈）；而开弦计算则计及了所有模式而没有对背景的反馈，发散来自膜间距达到弦尺度时出现的快子模。因此两种结果不能直接作对比；超引力构象的静态性质应当归因于超引力近似。

## 正反膜系统的低能动力学

我们研究了一对在平坦时空中平行运动的  $Dp$ -膜和反  $Dp$ -膜 ( $0 \leq p \leq 6$ ) 在间距足够大以保证不会发生湮灭的情况下的动力学行为<sup>9</sup>。

<sup>9</sup>J.X. Lu, Bo Ning and Guan-Nan Zhong, Phys. Lett. **B670** (2008) 78

## 正反膜系统的低能动力学

- 考虑平坦背景中一对平行运动的Dp-膜和反Dp-膜 ( $0 \leq p \leq 6$ ) 在间距足够大以保证不会发生湮灭的情况下, 在彼此吸引力下的经典相对运动. 不考虑膜上的规范激发, 每张膜的 DBI 作用量约化到

$$S_{\text{DBI}} = -T_p \int d^{p+1} \sigma \sqrt{-\det \gamma_{\mu\nu}} = -T_p V_p \int d\tau \sqrt{1 - \dot{X}^i \dot{X}^i},$$

在大间距下相互吸引势约化到

$$V(r) = -V_{p+1} \frac{\Omega}{r^{7-p}}, \quad \Omega = 2^{2(3-p)} \pi^{\frac{5-3p}{2}} \alpha'^{3-p} \Gamma\left(\frac{7-p}{2}\right).$$

于是系统的完整作用量为

$$S = -T_p V_p \int d\tau \left( \sqrt{1 - \dot{\vec{X}}_1 \cdot \dot{\vec{X}}_1} + \sqrt{1 - \dot{\vec{X}}_2 \cdot \dot{\vec{X}}_2} \right) + V_p \int d\tau \frac{\Omega}{|\vec{X}_2 - \vec{X}_1|^{7-p}},$$

## 正反膜系统的低能动力学

- 取质心系和相对坐标  $2\vec{\rho} = \vec{X}_1 - \vec{X}_2$ , 得到运动方程

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \dot{\vec{\rho}}^2}} - \frac{\lambda}{\rho^{7-p}} = H, \quad \frac{\rho^2 \dot{\theta}}{\sqrt{1 - (\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2)}} = J$$

其中  $H$  和  $J$  分别是守恒的约化哈密顿量和平面角动量

$$H = \vec{P}_{\vec{\rho}} \cdot \dot{\vec{\rho}} - L = 2V_p T_p H, \quad J = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \equiv 2V_p T_p J$$

以及

$$\lambda = \frac{g_s}{4\pi} (\pi\alpha')^{\frac{7-p}{2}} \Gamma\left(\frac{7-p}{2}\right) \sim g_s \alpha'^{\frac{7-p}{2}}$$

## 正反膜系统的低能动力学

### ■ 轨道方程

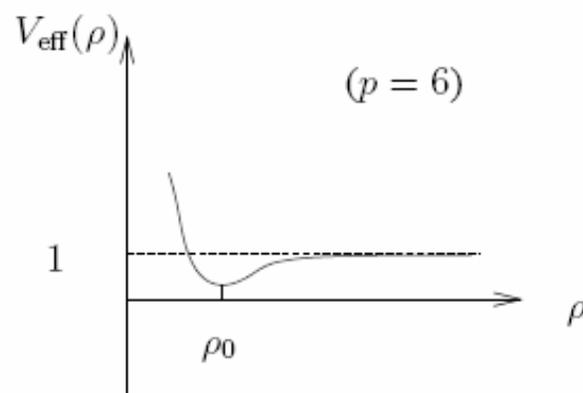
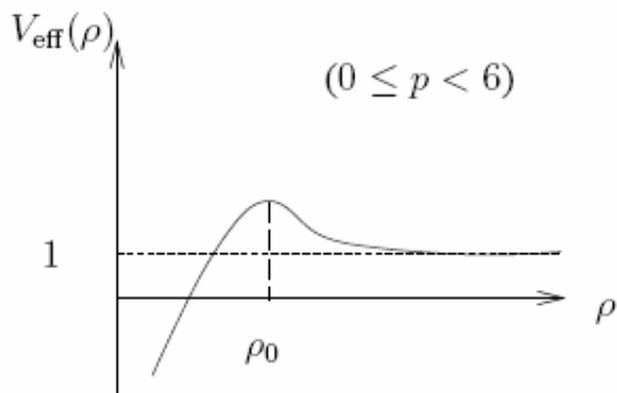
$$\frac{d\rho}{d\theta} = \pm \frac{\rho^2}{J} \sqrt{\left(H + \frac{\lambda}{\rho^{7-p}}\right)^2 - \left(1 + \frac{J^2}{\rho^2}\right)}$$

### ■ 有效势

$$V_{\text{eff}} = \sqrt{1 + \frac{J^2}{\rho^2}} - \frac{\lambda}{\rho^{7-p}}$$

## 正反膜系统的低能动力学

- 有效势的特征行为如下



- 为避免正反膜湮灭，我们需要

$$\rho \gg l_s = \sqrt{\alpha'} = (a_p \lambda)^{1/(7-p)}$$

$$a_p = \frac{4}{\pi^{\frac{5-p}{2}} \Gamma(\frac{7-p}{2})} \frac{1}{g_s} \gg 1$$

## 正反膜系统的低能动力学

$p=6$  情形：为避免膜的湮灭，需要

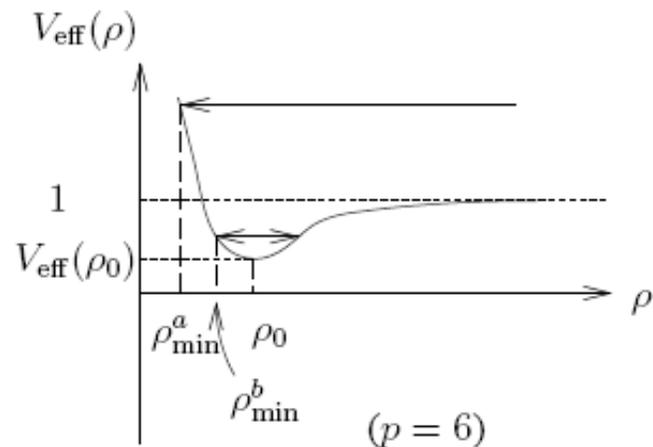
$$\rho_{\min}^b \gg l_s = a_6 \lambda, \quad a_6 = 4/g_s \gg 1.$$

■ 束缚轨道

$$J \gg \lambda \sqrt{a_6} \left(1 + \frac{1}{4a_6}\right), \quad \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{J}\right)^2} \leq H < 1.$$

■ 非束缚轨道

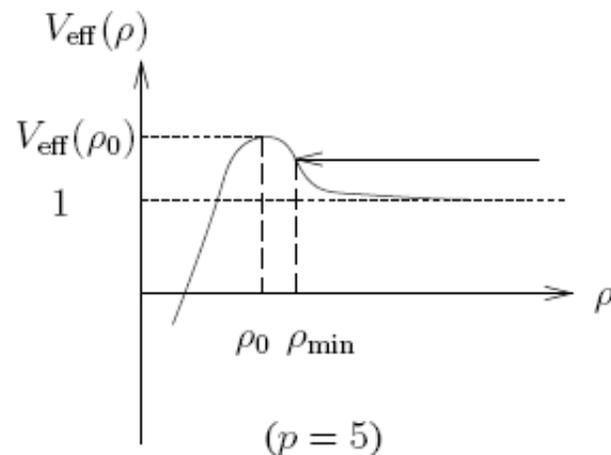
$$J \gg \lambda \sqrt{a_6} \left(1 + \frac{1}{4a_6}\right), \quad 1 \leq H \ll \sqrt{1 + \frac{J^2}{\lambda^2 a_6^2}} - \frac{1}{a_6}.$$



## 正反膜系统的低能动力学

$p=5$  情形: DBI 作用量的非线性效应使有效势出现极大值。为避免膜的湮灭需

$$(a_5 \lambda)^{1/2} \ll \rho_0 < \rho_{\min}, \quad a_5 = 4/g_s \gg 1.$$



- 非束缚轨道

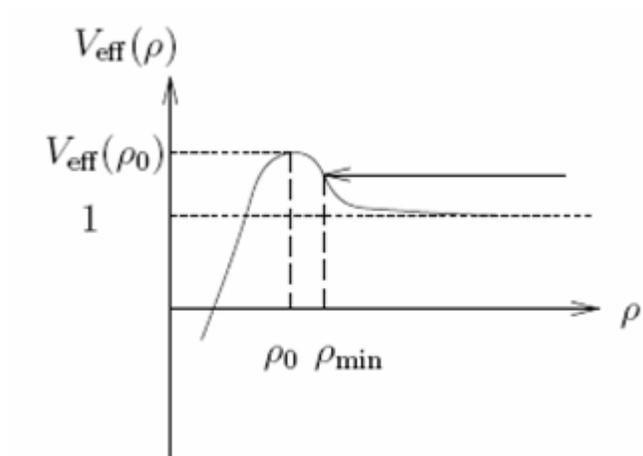
$$\frac{J^2}{2\lambda} = 1 + \epsilon, \quad 0 < \epsilon \ll \frac{1}{a_5}, \quad 1 \leq H < \frac{1}{2} \left( \frac{J^2}{2\lambda} + \frac{2\lambda}{J^2} \right).$$

## 正反膜系统的低能动力学

$0 \leq p \leq 4$  情形：为避免膜的湮灭需

$$\rho_{\min} > \rho_0 \gg l_s = (a_p \lambda)^{1/(7-p)}.$$

■ 非束缚轨道



$$\frac{J}{\lambda^{\frac{1}{7-p}}} \ll \sqrt{\frac{7-p}{a_p^{\frac{5-p}{7-p}}}} \ll 1, \quad 1 \leq H < 1 + \frac{5-p}{2(7-p)^{\frac{7-p}{5-p}}} \left( \frac{J^{7-p}}{\lambda} \right)^{\frac{2}{5-p}}$$

## 正反膜系统的低能动力学

通过对有效势的分析，我们发现只有  $p=6$  情形同时存在束缚和非束缚轨道，其他情形都只存在非束缚轨道。特别地，我们发现无量纲比值  $J/\lambda^{1/(7-p)}$  对各种情形而言非常不同：

- 对  $p=6$ ,  $J/\lambda \gg 1$ ,
- 对  $p=5$ ,  $J/\lambda^{1/2} \sim \sqrt{2}$ ,
- 对  $0 \leq p \leq 4$ ,  $J/\lambda^{1/(7-p)} \ll 1$ .

这些取值都导致势阱深 ( $p=6$ ) 或势垒高 ( $0 \leq p \leq 5$ ) 非常接近于其渐进值 1。因此  $0 \leq p \leq 5$  的经典非束缚轨道在量子力学及非微扰水平甚至经典扰动下都是非稳定的，正反膜的湮灭看来不可避免；而对于  $p=6$  情形，尽管  $H$  接近于 1 的经典束缚轨道和非束缚轨道在经典和量子微扰下可以互换，正反膜的湮灭看来不会发生。

## 正反膜系统的低能动力学

- 尽管对一般的  $p$  ( $0 \leq p \leq 6$ ) 求出轨道方程的解析解不大容易, 不过对于  $p=6$  的情形则是相对容易的, 此时的轨道方程为

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \pm \frac{\rho^2}{J} \sqrt{\left(H + \frac{\lambda}{\rho}\right)^2 - \left(1 + \frac{J^2}{\rho^2}\right)},$$

由上述方程可解出

$$\rho = \begin{cases} \frac{2A}{Q \sin[\pm \frac{\sqrt{-A}}{J}(\theta - \theta_0)] - B}, & J > \lambda \\ \frac{4J^2 B}{B^2(\theta - \theta_0)^2 - 4J^2 C}, & J = \lambda \\ \frac{4AJ \exp[\mp \frac{\sqrt{A}}{J}(\theta - \theta_0)]}{[J \exp[\mp \frac{\sqrt{A}}{J}(\theta - \theta_0)] - B]^2 - 4AC}, & J < \lambda \end{cases}$$

## 正反膜系统的低能动力学

$$\text{其中 } \lambda = g_s \sqrt{\alpha'} / 4 = \sqrt{\alpha'} / a_6, \quad A = \lambda^2 - J^2, \quad B = 2\lambda H, \\ C = H^2 - 1, \quad Q = 2\sqrt{J^2(H^2 - 1) + \lambda^2}.$$

- 容易看出对  $J = \lambda$  和  $J < \lambda$  情形，只要  $\theta$  足够大  $\rho$  总可以任意小，因此轨道将不可避免地发生湮灭。所以我们感兴趣的解为

$$\rho = \frac{-2A}{B - Q \sin\left[\frac{\sqrt{-A}}{J}(\theta - \theta_0)\right]}$$

- 对于  $B > Q$ ， $\rho$  有极大值和极小值，对应束缚轨道；
- 对于  $0 < B \leq Q$ ，轨道是非束缚的。

分析轨道的非湮灭条件，可得到与之前的有效势分析相同的结果。

## 非阈值束缚态的相互作用

## 非阈值束缚态的相互作用

- 除了简单的弦和D-膜外，还存在由它们构成的保持超对称的束缚态如  $(F, D_p)$  以及  $(D_{p-2}, D_p)$ ，研究这样的束缚态之间的相互作用将更为有趣<sup>10</sup>。
- 非阈值 BPS 束缚态  $(F, D_p)$  是由基本弦和  $D_p$ -膜通过将弦融化在  $D_p$ -膜里变成膜上的 flux 来降低系统能量形成的；非阈值 BPS 束缚态  $(D_{p-2}, D_p)$  也由类似的机制形成。Dirac 量子化条件要求每一种束缚态的两个势都由相应的量子化的荷来标志，因此每一种束缚态都由一对整数  $(m, n)$  标记。当这对整数互质时，系统是稳定的。

<sup>10</sup>J.X. Lu, Bo Ning, Ran Wei and Shan-Shan Xu, arXiv:0902.1716[hep-th], accepted by Phys. Rev. D.

## 非阈值束缚态的相互作用

- 在闭弦算子形式体系中BPS D-膜可以由边界态来描述，这是一种BRST不变的态，可以解释为由D-膜发出的闭弦的源。两个D-膜之间的相互作用也可以通过计算由闭弦传播子连接的两个边界态的树图而得到。
- D-膜的束缚态也可以由结构更为丰富的边界态来描述。 $(F, D_p)$ 束缚态可以由带有外电场的边界态描述，而 $(D_{p-2}, D_p)$ 束缚态则可由带有外磁场的边界态来描述。
- 对于由带有某常数外电场的边界态来描述的两个相同的 $(F, D_p)$ 束缚态，标准的边界态方法给出等于零的相互作用真空振幅，体现了这些束缚态的BPS性质。我们将探讨两个分别由整数对 $(m_i, n_i)$ ,  $i=1,2$ 标记的不同的 $(F, D_p)$  (或 $(D_{p-2}, D_p)$ )束缚态之间的相互作用。

## 非阈值束缚态的相互作用

- 两个  $(F, D_p)$  或  $(D_{p-2}, D_p)$  束缚态之间的弦水平的相互作用真空振幅为

$$\Gamma = \langle B(m_1, n_1) | D | B(m_2, n_2) \rangle$$

其中  $D$  为闭弦的传播子

$$D = \frac{\alpha'}{4\pi} \int_{|z|^2 \leq 1} \frac{d^2 z}{|z|^2} z^{L_0} \bar{z}^{\bar{L}_0}$$

$|B(m_i, n_i)\rangle$  为由  $(m_i, n_i)$  标记的边界态

$$|B\rangle_{\text{NS}} = \frac{1}{2} [|B, +\rangle_{\text{NS}} - |B, -\rangle_{\text{NS}}], \quad |B\rangle_{\text{R}} = \frac{1}{2} [|B, +\rangle_{\text{R}} + |B, -\rangle_{\text{R}}].$$

其中

$$|B, \eta\rangle = \frac{c_p}{2} |B_X\rangle |B_\psi, \eta\rangle |B_{gh}\rangle |B_{sgh}, \eta\rangle \quad c_p = \sqrt{\pi} (2\pi\sqrt{\alpha'})^{3-p}.$$

## 非阈值束缚态的相互作用

- 在世界体上有外场存在的情形下,

$$|B_X\rangle = \exp \left[ - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \alpha_{-n} \cdot S \cdot \tilde{\alpha}_{-n} \right] |B_X\rangle^{(0)},$$

对于 NS-NS 分支有

$$|B_{\psi, \eta}\rangle_{\text{NS}} = -i \exp \left[ i \eta \sum_{m=1/2}^{\infty} \psi_{-m} \cdot S \cdot \tilde{\psi}_{-m} \right] |0\rangle,$$

对于 R-R 分支有

$$|B_{\psi, \eta}\rangle_{\text{R}} = -\exp \left[ i \eta \sum_{m=1}^{\infty} \psi_{-m} \cdot S \cdot \tilde{\psi}_{-m} \right] |B_{\psi, \eta}\rangle_{\text{R}}^{(0)}.$$

## 非阈值束缚态的相互作用

- S-矩阵以及零模贡献  $|B_X\rangle^{(0)}$ ,  $|B_\psi, \eta\rangle_{\text{R}}^{(0)}$  中包含了外场  $\hat{F}$  的信息

$$S = \left( \left[ (\eta - \hat{F})(\eta + \hat{F})^{-1} \right]_{\alpha\beta}, -\delta_{ij} \right)$$

$$|B_X\rangle^{(0)} = \sqrt{-\det(\eta + \hat{F})} \delta^{9-p}(q^i - y^i) \prod_{\mu=0}^9 |k^\mu = 0\rangle$$

$$|B_\psi, \eta\rangle_{\text{R}}^{(0)} = \left( C \Gamma^0 \Gamma^1 \dots \Gamma^p \frac{1 + i\eta \Gamma_{11}}{1 + i\eta} U \right)_{AB} |A\rangle |\tilde{B}\rangle$$

其中  $C$  为荷共轭矩阵,  $U$  矩阵为

$$U = \frac{1}{\sqrt{-\det(\eta + \hat{F})}}; \exp \left( -\frac{1}{2} \hat{F}_{\alpha\beta} \Gamma^\alpha \Gamma^\beta \right);$$

其中; ; 意味着反对称化  $\Gamma$ -矩阵的指标,  $|A\rangle |\tilde{B}\rangle$  代表R-R分支的旋量真空.

## 非阈值束缚态的相互作用

- 对于非阈值  $(F, D_p)$  态, 我们选择常数外电场如下

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 0 & -f & & & & \\ f & 0 & & & & \\ & & \cdot & & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & & \cdot & \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}_{(p+1) \times (p+1)}$$

flux是量子化的, 由下式给出

$$-\frac{nf}{\sqrt{1-f^2}} = m g_s$$

其中  $m, n$  为整数.



## 非阈值束缚态的相互作用

- 依照标准的边界态方法计算相互作用真空振幅，最终结果为

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_{\text{NS}} + \Gamma_{\text{R}} \\ &= \frac{4U(m_1, n_1; m_2, n_2) V_{p+1}}{(8\pi^2\alpha')^{\frac{1+p}{2}}} \int_0^\infty \frac{dt}{t} e^{-\frac{Y^2}{2\pi\alpha't}} t^{-\frac{7-p}{2}} \\ &\quad \times \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - e^{i\pi\nu}|z|^{2n})^4 (1 - e^{-i\pi\nu}|z|^{2n})^4}{(1 - |z|^{2n})^6 (1 - e^{2i\pi\nu}|z|^{2n}) (1 - e^{-2i\pi\nu}|z|^{2n})}, \end{aligned}$$

其中

$$U(m_1, n_1; m_2, n_2) = \begin{cases} \frac{[(g_s^2 m_1 m_2 + n_1 n_2) - g_s^2 \Omega]^2}{g_s^2 \Omega} & (F, D_p) \\ \frac{[(m_1 m_2 + n_1 n_2) - \tilde{\Omega}]^2}{\tilde{\Omega}} & (D_{p-2}, D_p) \end{cases}$$

## 非阈值束缚态的相互作用

- 振幅的大  $Y$  极限为

$$\Gamma \rightarrow \frac{c_p^2 V_{p+1} U(m_1, n_1; m_2, n_2)}{(7-p) Y^{7-p} \Omega_{8-p}}$$

这个长程极限可以跟基于交换零质量模的低能场论计算相印证，结果完全吻合。

- 由此结果我们看到，对于  $(F, D_p)$  以及  $(D_{p-2}, D_p)$  束缚态，在长程极限下相互作用总是吸引的，仅当  $(m_1, n_1) = k(m_2, n_2)$  其中  $k$  是正整数时才为零。

## 非阈值束缚态的相互作用

- 然而，对弦水平的真空振幅的仔细考察显示，尽管对于  $(D_{p-2}, D_p)$  情形，相互作用确实总是吸引的，但对于  $(F, D_p)$  情形而言这个结果只有在大间距下才是确定成立的。对于  $(D_{p-2}, D_p)$  系统，间距达到弦尺度时振幅将发散，暗示了计算的崩溃和可能的快子不稳定性；对于  $(F, D_p)$  系统，一般地振幅中将出现虚部，暗示了开弦对产生。非阈值束缚态系统自身将解体，通过快子凝聚或开弦对产生释放多余的能量，最终形成新的 BPS 非阈值束缚态。

## 总结

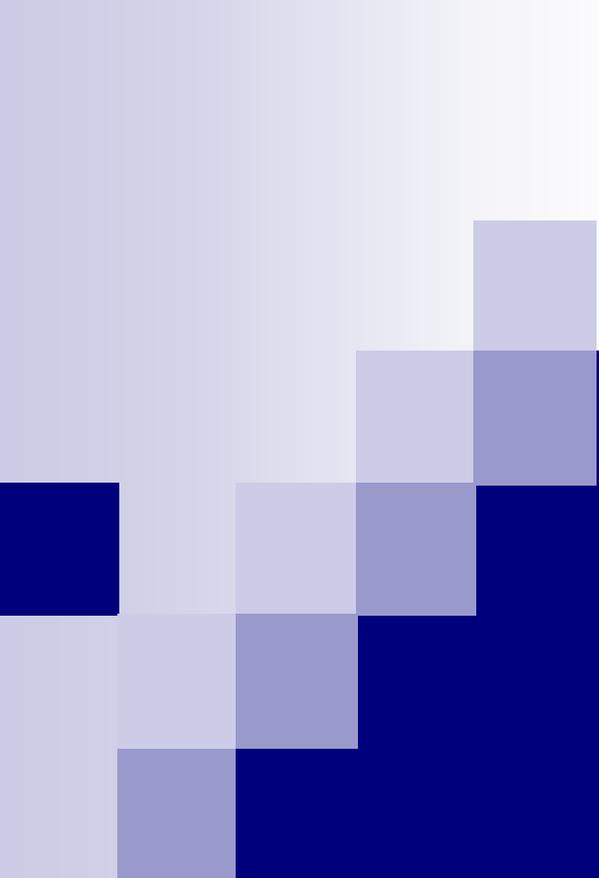
我们研究了超弦/M理论中的一些非稳定D-膜系统：

- 通过分析  $D_p\bar{D}_p$  ( $1 \leq p \leq 8$ ) 的相互作用力，显示了快子凝聚的迹象；提供了静态膜-反膜超引力解存在的证据；
- 通过对  $D_p\bar{D}_p$  膜间的有效势的分析得到低能下一般的非束缚轨道和  $p=6$  时的束缚轨道并给出  $p=6$  轨道的显式解；
- 计算了两个非阈值束缚态  $(F, D_p)$  (或  $(D_{p-2}, D_p)$ ) 之间的相互作用，得到形成 BPS 束缚态的条件并分析了  $(D_{p-2}, D_p)$  系统的快子不稳定性和  $(F, D_p)$  系统的开弦对产生。

以上的研究使我们对超弦/M理论的非微扰性质有了更丰富的认识，也将有助于建立有意义的宇宙学模型。

# 感谢

- 感谢导师卢建新教授给予我进入弦论研究领域的机会和对我的无私关怀与指导；
- 感谢交叉中心的各位老师为我传道授业、答疑解惑，给以关心和帮助；
- 感谢弦论界的诸位前辈使我对弦论研究前沿的各方面有所了解；感谢李淼老师和他的学生们给我的启迪和帮助；
- 感谢交叉中心的师兄和同学们给我的帮助，感谢所有关心过我的人们。



谢谢!