CP破坏和 $K^{\pm}\to\pi^{\pm}\gamma\gamma$ 衰变

高道能

中科大交叉学科理论研究中心

1. 分立时空对称性 C.P.T. 及其破缺

2. 标准模型中的CP破坏

3. $K^{\pm}\to\pi^{\pm}\gamma\gamma$ 衰变中的CP破坏

4. 结论

* 主要参考文献：

A. J. Buras, hep-ph/0101336;

Y. Nir, hep-ph/0109090;

D. N. Gao, hep-ph/0212280.

1. 分立时空对称性及其破缺

P: 空间反演变换 $\vec{x} \to -\vec{x}$ (宇称)

T: 时间反演变换 $t \to -t$

C: 电荷共轭变换 正反粒子转换

"反粒子可以理解成正粒子沿时间轴向后移动"

系统具有上述对称性 就是指该系统的物理定律在上述变换下保持不变

理论上可以证明: 对于一个具有 Lorentz 不变性、厄密性的定域的量子场论系统, CPT 联合变换不变 …… CPT 定理

迄今为止的实验也没有 CPT 联合变换对称破缺的迹象

1956年以前, 人们相信对物理定律 C.P.T 是分别守恒的

*. τ-θ 之谜 和 弱相互作用宇称不守恒

$$\begin{cases} \theta \to 2\pi & (P \text{ even}) \\ \tau \to 3\pi & (P \text{ odd}) \end{cases}$$

τ. θ 具有完全相同的质量和寿命 $\xrightarrow{\text{宇称守恒}}$ 不同的宇称

τ = θ ⇒ 宇称不守恒 Lee, Yang. 1956

^{60}Co 实验证实. C. S. Wu. et. al.

⇒ 弱相互作用 $\not{P}$

$\not{C}$

CP 联合守恒 (1964年以前)

* 1964. Christenson, Cronin, Fitch, Turlay.

$\not{C}\not{P}$ $K \to 2\pi$

$\xrightarrow{\text{CPT定理}}$ $\not{T}$

* 1998. CERN/CPLEAR 合作组 $\not{T}$

(!) C. P. T 的破缺只在弱相互作用中被发现

却一直为强作用和电磁作用所遵从

2. 标准模型中的 CP 破坏

* 场及拉氏量的 CP 变换性质

	$\bar{\psi}_i \psi_j$	$i\bar{\psi}_i \gamma^5 \psi_j$	$\bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_j$	$\bar{\psi}_i \gamma^\mu \gamma^5 \psi_j$
CP	$\bar{\psi}_j \psi_i$	$-i\bar{\psi}_j \gamma^5 \psi_i$	$-(-1)^\mu \bar{\psi}_j \gamma^\mu \psi_i$	$-(-1)^\mu \bar{\psi}_j \gamma^\mu \gamma^5 \psi_i$
	S	P	$A^{\pm\mu}$	∂_μ
CP	S	$-P$	$-(-1)^\mu A^{\mp\mu}$	$(-1)^\mu \partial_\mu$

拉氏量 Lorentz 不变 厄密

场和导数的组合 $\xrightarrow{CP}$ 该组合的厄米共轭

如果该类所有组合前的系数是实数 或 所有可能出现的组合其厄米共轭就是它自身. 则 拉氏量的 厄米性要求该拉氏量 CP 不变.

反之则 CP 不一定必然是 拉氏量的 好的对称性

$\mathcal{L}_{Yukawa}$:
$$Y_{ij}\bar{\psi}_{Li}\phi\psi_{Rj} + Y_{ij}^{*}\bar{\psi}_{Rj}\phi^{+}\psi_{Li} \quad (\text{厄米})$$

$$\bar{\psi}_{Li}\phi\psi_{Rj} \xleftrightarrow{CP} \bar{\psi}_{Rj}\phi^{+}\psi_{Li}$$

则 CP 不变要求 $Y_{ij} = Y_{ij}^{*}$

CP 破坏：CP 共轭的过程有不同的衰变几率

*. 标准模型中的 CP 破坏

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{Kinetic} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa}$$

$$\mathcal{L}_{Kinetic}(\psi_L) = i\bar{\psi}_{Li}\gamma^\mu D_\mu \psi_{Li}$$

$$D_\mu \psi_{Li} = (\partial_\mu + \frac{i}{2} g_s G_a^\mu \lambda^a + \frac{i}{2} g W_b^\mu \tau_b + \frac{i}{6} g' B^\mu)\psi_{Li}$$

…… CP 不变

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \mu^2 \phi^+ \phi - \lambda(\phi^+\phi)^2$$

…… CP 不变

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -Y_{ij}^d \bar{\psi}_{Li} \phi\, d_{Rj} - Y_{ij}^u \bar{\psi}_{Li} \tilde{\phi}\, u_{Rj} - Y_{ij}^\ell \bar{L}_{Li} \phi\, \ell_{Rj} + h.c.$$

复数的 Y_{ij}^d, Y_{ij}^u Y_{ij}^ℓ CP 破坏的来源

自发对称破缺 $\langle\phi\rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$

$$\mathcal{L}_M = -(M_d)_{ij} \bar{d}_{Li} d_{Rj} - (M_u)_{ij} \bar{u}_{Li} u_{Rj} - (M_\ell)_{ij} \bar{\ell}_{Li} \ell_{Rj} + h.c.$$

$$\psi_{Li} = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix} \quad L_{Li} = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ \ell_{Li} \end{pmatrix}$$

$$M_f = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^f$$

中微子无质量

为得到物理的夸克和轻子质量

$$V_{fL} M_f V_{fR}^{+} = M_f^{diag} \quad (\text{对角且是实的})$$

$$d'_{Li} = (V_{dL})_{ij} d_{Lj} \qquad d'_{Ri} = (V_{dR})_{ij} d_{Rj}$$

$$u'_{Li} = (V_{uL})_{ij} u_{Lj} \qquad u'_{Ri} = (V_{uR})_{ij} u_{Rj}$$

$$l'_{Li} = (V_{eL})_{ij} l_{Lj} \qquad l'_{Ri} = (V_{eR})_{ij} l_{Rj}$$

$$\nu'_{Li} = \underbrace{(V_{\nu L})_{ij}}_{\text{可以是任意矩阵}} \nu_{Lj}$$

V_{fL} V_{fR} 是幺正矩阵

味改变耦合

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li} \gamma_\mu d_{Li} W^{+\mu} + h.c. \qquad \text{CP 不变}$$

$$\downarrow$$

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{Li} \gamma^\mu (V_{uL} V_{dL}^{+})_{ij} d_{Lj} W^{+\mu} + h.c.$$

相应于轻子部分，因 $V_{\nu L}$ 可以任意取，$V_{\nu L} V_{eL}^{+} = 1$

$$V_{CKM} = V_{uL} V_{dL}^{+} \qquad V_{CKM} V_{CKM}^{+} = 1$$

如 V_{CKM} 不是一个实数矩阵 则 CP 破坏

$$u = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \qquad d = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

V_{CKM} $N \times N$ 幺正矩阵

N: generation 数

N×N 的幺正矩阵 允许

$\frac{N(N-1)}{2}$ 实参数　　$\frac{N(N+1)}{2}$ 相因子

夸克场可以携带相因子 即

$$V_{CKM} \longrightarrow P_u V_{CKM} P_d^*$$

$$P_u = \begin{pmatrix} e^{i\delta_u} & & \\ & e^{i\delta_c} & \\ & & e^{i\delta_t} \end{pmatrix} \qquad P_d = \begin{pmatrix} e^{i\delta_d} & & & \\ & e^{i\delta_s} & & \\ & & e^{i\delta_b} & \\ & & & \ddots \end{pmatrix}$$

可以任意变化的 相对相因子　$2N-1$

相因子数目：

$$\frac{N(N+1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-2)}{2}$$

$N \geq 3$　　$N=3$　<u>唯一的一个相因子</u> δ

$N=3$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

标准模型中 CP破缺的唯一来源

通常有两种参数化方法

$C_{ij} = \cos\theta_{ij}$　$S_{ij} = \sin\theta_{ij}$

$$V = \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & S_{12}C_{13} & S_{13}e^{-i\delta} \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta} & C_{12}C_{23} - S_{12}S_{23}S_{13}e^{i\delta} & S_{23}C_{13} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta} & -S_{23}C_{12} - S_{12}C_{23}S_{13}e^{i\delta} & C_{23}C_{13} \end{pmatrix}$$

Wolfenstein 参数化 (近似)

$$V = \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. $K^\pm \to \pi^\pm \gamma\gamma$ 衰变中的 CP 破坏

*. 标准模型的贡献

$\Delta S=1$ 的 有效 哈密顿 for $K \to \pi\gamma\gamma$

$$\mathcal{H}_{eff}^{\Delta S=1} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i C_i\, Q_i$$ (dominant 的贡献)

强子化

Q_i: 一系列的夸克算符

C_i: Wilson 系数 (包含 CKM 矩阵元 V_{ij})

Weak chiral Lagrangian:

$$\mathcal{L}^{\Delta S=1} = \mathcal{L}_2^{\Delta S=1} + \mathcal{L}_4^{\Delta S=1} + \cdots$$

$$\mathcal{L}_2^{\Delta S=1} = G_8 f_\pi^4 \langle \lambda_6 D_\mu U^+ D^\mu U \rangle$$

$$\mathcal{L}_4^{\Delta S=1} = G_8 f_\pi^2 \sum_i N_i W_i$$

$$W_i = W_i(U\ U^+,\ F)$$ U, U^+ $\left\{ \begin{matrix} K \\ \pi \\ \eta \end{matrix} \right.$ 介子

N_i: 常数

CP 观测量 for $K^{\pm}\to\pi^{\pm}\gamma\gamma$

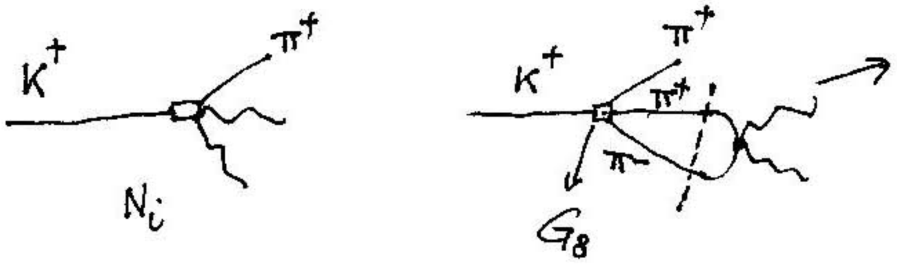
$$\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}=\frac{\left|\Gamma(K^{+}\to\pi^{+}\gamma\gamma)-\Gamma(K^{-}\to\pi^{-}\gamma\gamma)\right|}{\Gamma(K^{+}\to\pi^{+}\gamma\gamma)+\Gamma(K^{-}\to\pi^{-}\gamma\gamma)}$$

如果振幅只包含来自弱作用的贡献，则拉氏量的

厄米性 $\Rightarrow$ $\dfrac{\delta\Gamma}{2\Gamma}=0$ 　　则无法知道 CP 破坏与否

这就要求振幅中必须包含有 CP 不变的相因子部分，

来自强或电磁顶角的贡献



→ 贡献 CP 不变的相因子

$$M(K^{+}(k)\to\pi^{+}(p)\gamma(q_1,\epsilon_1)\gamma(q_2,\epsilon_2))$$

$$=\epsilon_{1\mu}(q_1)\,\epsilon_{2\nu}(q_2)\,(q_2^{\mu}q_1^{\nu}-q_1\cdot q_2\,g^{\mu\nu})\,\frac{A^{+}(y,z)}{m_K^2}$$

$$y=\frac{k\cdot(q_1-q_2)}{m_K^2}\qquad z=\frac{(q_1+q_2)^2}{m_K^2}$$

$$A^{+}(z,y)=\frac{G_8 m_K^2\alpha_{EM}}{2\pi z}\left[(r_\pi^2-1-z)F\!\left(\frac{z}{r_\pi^2}\right)+(1-r_\pi^2-z)F(z)+\hat{C}z\right]$$

$$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{4}{x}\arcsin^2\!\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2}\right) & x\le 4\\[2ex] 1+\dfrac{1}{x}\left(\ln\dfrac{1-\sqrt{1-4/x}}{1+\sqrt{1-4/x}}+i\pi\right)^2 & x\ge 4\end{cases}$$

$$r_\pi=\frac{m_\pi}{m_K}$$

$$\hat{C}=\frac{128\pi^2}{3}\left[3(L_9+L_{10})+N_{14}-N_{15}-2N_{18}\right]$$

$$A^{-}(z,y)=A^{+}(z,y)\left[\hat{C}\leftrightarrow\hat{C}^{*}\right]$$

$$\delta\Gamma = \left| \Gamma(K^+ \to \pi^+\gamma\gamma) - \Gamma(K^- \to \pi^-\gamma\gamma) \right|$$

$$= \frac{|G_8 \alpha_{EM}|^2 m_K^5}{2^{10}\pi^5} \, \mathrm{Im}\,\hat{c} \int_{4r_\pi^2}^{(1-r_\pi^2)} dz \, \lambda^{1/2}(1, z, r_\pi^2)(r_\pi^2 - 1 - z)\, z \, \mathrm{Im}\, F(z/r_\pi^2)$$

$$\mathrm{Im}\,\hat{c} \longleftrightarrow \mathrm{Im}(N_{14} - N_{15} - 2N_{18}) \quad \text{from CKM phase}$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{SM} < 10^{-4} \qquad \text{(Conservative estimation)}$$

* Electromagnetic penguin 算符的贡献 ..... Beyond the Standard Model

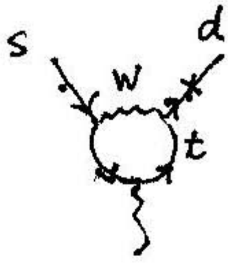
$$\mathcal{H}_{eff}^{EMO} = C_\gamma^+ Q_\gamma^+ + C_\gamma^- Q_\gamma^- + h.c.$$

$$Q_\gamma^\pm = \frac{eQ_d}{16\pi^2}(\bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} d_R \pm \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} d_L) F^{\mu\nu}$$

$C_\gamma^\pm$: Wilson 系数 (可以是 Complex, 新的 $CP\!\!\!/$ 的来源)

$Q_d = -1/3$, $\quad \sigma_{\mu\nu} = i/2 \, [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$

在标准模型中



$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{td} V_{ts}^* \, C_{12} \, \frac{e}{8\pi^2}(m_d \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} d_R + m_s \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} d_L) F^{\mu\nu} + h.c.$$

High order 贡献 很小

四夸克算符贡献为主

Beyond the Standard Model. 情况不同

$$\mathcal{H}_{eff} \sim \underbrace{C_i^{new} Q_i^{new}}_{\text{四夸克}} + \underbrace{C_\gamma^\pm Q_\gamma^\pm}_{} + h.c.$$

dim 6 $\qquad$ dim 5

$$C_i^{new} \sim \frac{1}{\Lambda^2} \qquad C_\gamma^\pm \sim \frac{1}{\Lambda}$$

Λ: New mass Scale

可能 dominant

$$\mathrm{Im}\,\hat{c} \longleftrightarrow \mathrm{Im}\,C_\gamma^+ \text{ or } \mathrm{Im}\,C_\gamma^-$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{EMO} \sim 1.0\times10^4\ \mathrm{GeV}\ \left|\mathrm{Im}\,C_\gamma^+\right|$$

Supersymmetry models one-loop. gluino-squark mediate

$$C^\pm_{\gamma,\,SUSY} = \frac{\pi\,\alpha_s(m_{\tilde{g}})}{m_{\tilde{g}}}\left[(\delta^D_{LR})_{21} \pm (\delta^D_{LR})^*_{12}\right] F_{SUSY}(x_{gq})$$

flavour changing parameters

$m_{\tilde{g}}$: gluino mass $\qquad x_{gq} = \dfrac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{q}}^2}$ → squark mass

$$F_{SUSY}(x) = \frac{4x(1+4x-5x^2+4x\ln x+2x^2\ln x)}{3(1-x)^4}$$

$$C^\pm_{\gamma,\,SUSY} \propto \frac{1}{m_{\tilde{g}}}$$

$$m_{\tilde{g}} = 500\ \mathrm{GeV}. \qquad \frac{m_{\tilde{g}}}{m_{\tilde{q}}} \sim 1$$

$$\Rightarrow \quad \left|\mathrm{Im}\,C_\gamma^+\right| = 2.4\times10^{-4}\left|\mathrm{Im}\left[(\delta^D_{LR})_{21} \pm (\delta^D_{LR})^*_{12}\right]\right|\ \mathrm{GeV}^{-1}$$

Lattice 计算结合 $B_\gamma(K_L\to\pi^0 e^+e^-)$ 实验值

$$\Rightarrow \quad \left|\mathrm{Im}\left[(\delta^D_{LR})_{21} \pm (\delta^D_{LR})^*_{12}\right]\right| < 1.0\times10^{-3}\ (95\%\ \mathrm{C.L.})$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{EMO} < \text{a few}\times10^{-3}$$

4. 结论:

对于 $K^\pm \to \pi^\pm \gamma\gamma$.

$$\left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{SM} < 10^{-4}$$

Almost model independently

$$\left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{EMO} \sim 1.0 \times 10^{4}\ \mathrm{GeV}\ |\mathrm{Im}\, C_\gamma^+|$$

在 SUSY models 中. 现有的实验测量导致的约束允许

$$\left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right)^{EMO} \sim 10^{-3}$$

这说明 对 $K^\pm \to \pi^\pm\gamma\gamma$ 的 CP 破坏的精确测量可能用来寻找新物理. 且 $\left(\frac{\delta\Gamma}{2\Gamma}\right) \sim 10^{-3}$ 信号就将是新物理的迹象