膜状引力解，闭弦快子凝聚和D膜束缚态相互作用

导师：卢建新 教授

王兆龙
科大交叉中心
2010年5月18日

- 弦/M理论中的膜
- 纯引力及超引力中的一般膜状解
- 非超对称相交膜与闭弦快子凝聚
- D膜束缚态相互作用

弦/M理论中的膜

- II型超引力中的1/2BPS解：

F1：

$$ds^2 = F_f^{-\frac{3}{4}}(-dt^2 + dx^2) + F_f^{\frac{1}{4}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_7^2\right),$$

$$e^{2\phi} = F_f^{-1}, \quad B_{(2)} = (F_f^{-1} - 1)\, dt \wedge dx,$$

$$F_f = 1 + \frac{r_0^6}{r^6}.$$

NS5：

$$ds^2 = F_{NS5}^{-\frac{1}{4}}(-dt^2 + \sum_{i=1}^{5}(dx^i)^2) + F_{NS5}^{\frac{3}{4}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_3^2\right),$$

$$e^{2\phi} = F_{NS5}, \quad B_{(6)} = (F_{NS5}^{-1} - 1)\, dt \wedge dx^1 \wedge \cdots \wedge dx^5,$$

$$F_{NS5} = 1 + \frac{r_0^2}{r^2}.$$

弦/M理论中的膜

- II型超引力中的1/2BPS解：

  Dp 膜：

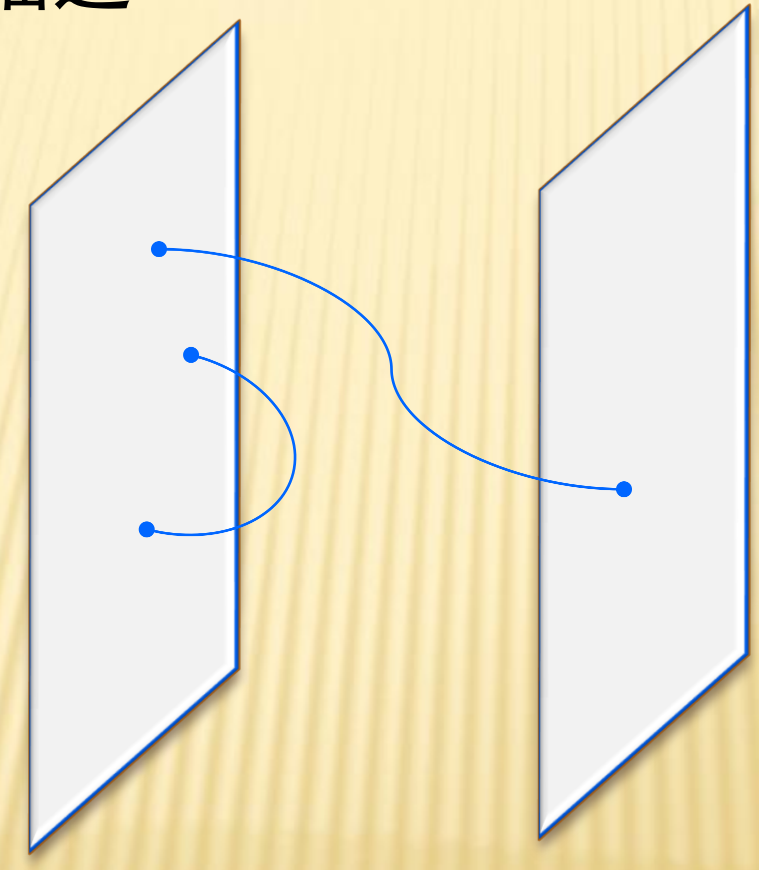
$$ds^2 = F_p^{-\frac{7-p}{8}}(-dt^2 + \sum_{i=1}^{p}(dx^i)^2) + F_p^{\frac{p+1}{8}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_{8-p}^2\right),$$

$$e^{2\phi} = F_p^{\frac{3-p}{2}}, \quad C_{(p+1)} = (F_p^{-1} - 1)\, dt \wedge dx^1 \wedge \cdots \wedge dx^p,$$

$$F_p = 1 + \frac{r_0^{7-p}}{r^{7-p}}.$$

弦/M理论中的膜

- D膜的微扰描述



低能有效作用量:世界体上的U(N)规范理论

弦/M理论中的膜

- M理论中的1/2BPS引力解

M2：

$$ds^2 = F_2^{-\frac{2}{3}}(-dt^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2) + F_2^{\frac{1}{3}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_7^2\right),$$

$$A_{(3)} = (F_2^{-1} - 1)\, dt \wedge dx^1 \wedge dx^2,$$

$$F_2 = 1 + \frac{r_0^6}{r^6},$$

M5：

$$ds^2 = F_5^{-\frac{1}{3}}(-dt^2 + \sum_{i=1}^{5}(dx^i)^2) + F_5^{\frac{2}{3}}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_4^2\right),$$

$$A_{(6)} = (F_5^{-1} - 1)\, dt \wedge dx^1 \wedge \cdots \wedge dx^5,$$

$$F_5 = 1 + \frac{r_0^3}{r^3}.$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 目标

具有 $\mathbb{R}^{1,p} \times SO(D-p-1)$对称性的一般膜状解

$$ds_D^2 = r^2 d\Omega_{D-p-2}^2 + \frac{dr^2}{f} + \sum_{\mu,\nu=0}^{p} g_{\mu\nu} dz^\mu dz^\nu \,,$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $\mathbb{R}^{1,n-1}$ 上的维数约化
- 纯引力: $GL(n,\mathbb{R})/SO(1,n-1)$ 标量陪集；

若进一步固定纵向体积因子，则得到标量陪集 $SL(n,\mathbb{R})/SO(1,n-1)$.

- 11维超引力约化

$d=10$	$d=9$	$d=8$	$d=7$	$d=6$	$d=5$	$d=4$	$d=3$
$O(1,1)$	$\frac{GL(2,\mathbb{R})}{O(1,1)}$	$\frac{SL(3,\mathbb{R})\times SL(2,\mathbb{R})}{O(2,1)\times O(1,1)}$	$\frac{SL(5,\mathbb{R})}{O(3,2)}$	$\frac{O(5,5)}{O(5,C)}$	$\frac{E_{6(+6)}}{USp(4,4)}$	$\frac{E_{7(+7)}}{SU^*(8)}$	$\frac{E_{8(+8)}}{SO^*(16)}$

- $$\mathcal{L} = \sqrt{g}\left(R + \frac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_r \mathcal{M}^{-1}\partial^r \mathcal{M})\right)$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $SL(n,\mathbb{R})/SO(1,n-1)$ 陪集
- 生成元：

  Cartan子代数：$\vec{H}$

  正根：$E_i{}^j \quad (i<j)$

$$[\vec{H}, E_i{}^j] = \vec{b}_i{}^j E_i{}^j, \qquad [E_i{}^j, E_k{}^\ell] = \delta_k^j E_i{}^\ell - \delta_i^\ell E_k{}^j$$

- 表示：$\mathcal{V} = \mathcal{V}_1 \mathcal{V}_2 \qquad \mathcal{V}_1 = e^{\frac{1}{2}\vec{\phi}\cdot\vec{H}}$

$$\mathcal{V}_2 = \prod_{i<j} = \cdots U_{24} U_{23} \cdots U_{14} U_{13} U_{12} \qquad U_{ij} \equiv e^{\chi^i{}_j E_i{}^j}$$

- 自然度规 $\mathcal{M} = \mathcal{V}^T \eta \mathcal{V}$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $SL(n,\mathbb{R})$

$$ds^2_{D+n} = r^2 d\Omega^2_{D-p-2} + \frac{dr^2}{f} + dz^{\mathrm{T}} \mathcal{M} dz\,,$$
$$\mathcal{L} = \sqrt{g}\Big(R + \tfrac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_r \mathcal{M}^{-1} \partial^r \mathcal{M})\Big)\,.$$

- $SL(n,\mathbb{R})$整体变换Λ下

$$\mathcal{V}' = \mathcal{O}\,\mathcal{V}\,\Lambda$$

其中$\mathcal{O}$ 为局域$SO(1,n-1)$变换。于是,

$$\mathcal{M} \longrightarrow \Lambda^T \mathcal{M}\,\Lambda$$

而拉氏量保持不变。

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $SL(n,\mathbb{R})$
- $$f = 1 - \left(\frac{a}{r}\right)^{2(d-2)}$$
- $$\mathcal{M}^{-1}\dot{\mathcal{M}} = C$$

  其中C为无迹常数矩阵，$d\rho = \dfrac{dr}{r^{d-1}\sqrt{f}}$.
- 哈密顿约束

$$\mathcal{I} \equiv -\tfrac{1}{2}\mathrm{tr}(C^2) = 2(d-1)(d-2)a^{2(d-2)}$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $SL(n,\mathbb{R})$

- 在 $SL(n,\mathbb{R})$ 整体变换 Λ 下 $C \to \Lambda^{-1} C \Lambda$
- 在给定位置，例如ρ=0 (r=∞)处， 总可以取

$$\mathcal{M}(\rho = 0) = \eta \equiv \mathrm{diag}(-1, 1, \ldots, 1)$$

于是 $\eta C^T \eta = C$.

- 剩余对称性为$SO(1,n\text{-}1)$。一般解归结到对称矩阵在$SO(1,n\text{-}1)$变换下的标准型。

纯引力及超引力中的一般膜状解

- C的标准型：

I. 矩阵C 有且仅有一对复特征值

$$C = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta & & & \\ \beta & \alpha & & & \\ & & \lambda_2 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \lambda_{n-1} \end{pmatrix}$$

II. 矩阵C所有特征值皆为实数且有一个类时特征矢量

$$C = \mathrm{diag}(\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{n-1})$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- C的标准型：

III. 矩阵有一个两重简并实特征值，其对应的特征空间只有一维

$$C=\begin{pmatrix} C_2+\lambda_0\mathbb{1} & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{n-1}\end{pmatrix} \qquad C_2=\alpha\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

IV. 矩阵C有一个三重简并实特征值，其对应的特征空间只有一维

$$C=\begin{pmatrix} C_3+\lambda_0\mathbb{1} & & & \\ & \lambda_3 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_{n-1}\end{pmatrix} \qquad C_3=\alpha\begin{pmatrix}\cos\beta & \cos\beta & -\frac{1}{2}\sin\beta\\ -\cos\beta & -\cos\beta & \frac{1}{2}\sin\beta\\ \frac{1}{2}\sin\beta & \frac{1}{2}\sin\beta & 0\end{pmatrix}$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $SL(n,\mathbb{R})$ 虫洞:

$$ds_D^2 = r^2 d\Omega_{d-1}^2 + \frac{dr^2}{1-\left(\frac{a}{r}\right)^{2(d-2)}}$$

$$+e^{\alpha\rho}[\cos(\beta\rho)(-dt^2+dz_1^2)+2\sin(\beta\rho)dt dz_1]+\sum_{i=2}^{n-1} e^{\lambda_i\rho} dz_i^2 ,$$

$$\sum_{i=2}^{n-1}\lambda_i + 2\alpha = 0, \qquad 2\beta^2 - 2\alpha^2 - \sum_{i=2}^{n-1}\lambda_i^2 = 4(d-1)(d-2)a^{2(d-2)},$$

$$\rho = -\frac{1}{(d-2)a^{d-2}}\arcsin\left(\frac{a}{r}\right)^{d-2}.$$

当$a^{2(d-2)}>0$时，描述一个光滑的虫洞；

当$a^{2(d-2)}\le 0$时，r=0 为裸奇点。

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 快子波：

$$ds^2 = -dudv + dw^2 - \left(\rho\cos\beta - \tfrac{1}{8}\rho^2\sin^2\beta\right)dv^2$$
$$-\rho\sin\beta\, dvdw + dr^2 + r^2 d\Omega_{d-1}^2$$

ADM质量及动量为

$$M = \alpha\cos\beta, \qquad P_1 = \alpha\cos\beta, \qquad P_2 = -\tfrac{1}{2}\alpha\sin\beta$$

$$M^2 - P_1^2 - P_2^2 = -\tfrac{1}{4}\alpha^2\sin^2\beta \le 0$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $GL(n,\mathbb{R})$

$$ds_D^2 = e^{-\sqrt{\frac{2n}{(d-2)(d+n-2)}}\varphi} ds_d^2 + dz^{\mathrm{T}} \hat{\mathcal{M}} dz\,, \qquad \hat{\mathcal{M}} = e^{\sqrt{\frac{2(d-2)}{n(d+n-2)}}\varphi} \mathcal{M}$$

$$\mathcal{L} = \sqrt{g}\Big(R - \tfrac{1}{2}(\partial\varphi)^2 + \tfrac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_\mu \mathcal{M}^{-1}\partial^\mu \mathcal{M})\Big)$$

- 体积因子 $\varphi = \Lambda\rho$
- 哈密顿约束:

$$\mathcal{I} \equiv -\Lambda^2 - \tfrac{1}{2}\mathrm{tr}(C^2) = 2(d-1)(d-2)a^{2(d-2)}$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- $\dfrac{SL(3,\mathbb{R})}{SO(1,2)} \times \dfrac{SL(2,\mathbb{R})}{SO(1,1)}$ 标量陪集

$$\mathcal{L}_8 \;=\; \sqrt{g}\Big(R + \tfrac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_\mu \mathcal{M}^{-1}\partial^\mu \mathcal{M}) + \tfrac{1}{4}\mathrm{tr}(\partial_\mu \tilde{\mathcal{M}}^{-1}\partial^\mu \tilde{\mathcal{M}})\Big)$$

标量运动方程:

$$\mathcal{M}^{-1}\dot{\mathcal{M}} = C\,, \qquad \tilde{\mathcal{M}}^{-1}\dot{\tilde{\mathcal{M}}} = \tilde{C}$$

哈密顿约束:

$$\mathcal{I} \equiv -\tfrac{1}{2}\mathrm{tr}(C^2) - \tfrac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{C}^2) = 84a$$

- 11维超引力中的二维膜状解
- 10维IIB超引力中的弦状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 11维超引力中的二维膜状解

$$ds_{11}^2 = e^{-\frac{1}{3}\Phi} ds_8^2 + e^{\frac{2}{3}\Phi} dz^{\mathrm{T}} \mathcal{M}\, dz$$

$$A_{(3)} = \chi\, dt \wedge dz_1 \wedge dz_2$$

- 整体对称变换：
- $SL(3,\mathbb{R})$：属于一般坐标变换
- $SL(2,\mathbb{R})$：取 $e^{\Phi}(\rho_0) = 1$,　　$\chi(\rho_0) \equiv A_{123}(\rho_0) = 0$

  剩余对称性$SO(1,1)$为非平凡解生成群。

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 无裸奇点的解

	参数	描述
I.i	$a > 0,\ \gamma > 0,\ -\frac{\pi\gamma}{6\sqrt{a}} \geq -\mathrm{arccot}(\sinh 2\theta)$	虫洞
I.i	$a > 0,\ \gamma < 0,\ -\frac{\pi\gamma}{6\sqrt{a}} \leq \mathrm{arccot}(-\sinh 2\theta)$	虫洞
I.ii	$a > 0,\ -\frac{\pi\gamma}{6\sqrt{a}} \leq \mathrm{arccoth}(\cosh 2\theta)$	虫洞
I.ii (II.ii)	$a < 0,\ \gamma = 6\sqrt{-a},\ \alpha = -4\sqrt{-a},\ \beta = 0$	M2泡沫
I.iii	$a > 0,\ -\frac{\pi Q}{6\sqrt{a}} \leq 1$	虫洞
I.iii (II.iii)	$a = \alpha = \beta = 0,\ Q \geq 0$	BPS M2膜
II.ii	$a < 0,\ \gamma = 6\sqrt{-a},\ \alpha_2 = -4\sqrt{-a},\ \alpha_1 = 8\sqrt{-a}$	黑M2膜
III.ii	$a < 0,\ \gamma = 6\sqrt{-a},\ \alpha = -4\sqrt{-a}$	M2膜泡沫+平面波
III.iii	$a = \alpha = 0,\ Q \geq 0$	BPS的M2膜+平面波
IV.iii	$a = 0,\ Q \geq 0$	BPS的M2膜+快子波

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 10维IIB超引力中的弦状解

$$ds_{10}^2 = e^{-\frac{1}{2\sqrt{3}}\tilde{\Phi}} ds_8^2 + e^{\frac{\sqrt{3}}{2}\tilde{\Phi}} dz^{\mathrm{T}} \tilde{\mathcal{M}} dz$$

$$C_{(2)} = \chi_1 dt \wedge dz, \qquad B_{(2)} = \chi_2 dt \wedge dz.$$

- 整体对称变换：
  - $SL(2,\mathbb{R})$：属于一般坐标变换
  - $SL(3,\mathbb{R})$：取 $\mathcal{M}(0) = \mathrm{diag}\{-1, 1, 1\}$

  剩余对称性$SO(1,2)$为非平凡解生成群。

纯引力及超引力中的一般膜状解

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 非超对称相交膜解 $ds^2=\sum_\mu f_1^\mu(r)(dx^\mu)^2+f_2(r)(dr^2+r^2d\Omega^2)$
- 零荷构型

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= -\prod_{l=0}^{p} F_l^{-\frac{7-l}{8}} dt^2+\sum_{l=1}^{p}\left(\prod_{j=l}^{p} F_j^{-\frac{7-j}{8}}\prod_{i=0}^{l-1} F_i^{\frac{1+i}{8}}\right)(dx^l)^2 \\
&\quad +\left(H\tilde{H}\right)^{\frac{2}{7-p}}\left(\prod_{l=0}^{p} F_l^{\frac{l+1}{8}}\right)\left(dr^2+r^2d\Omega^2_{8-p}\right), \\
e^{2\phi} &= \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{2\delta}\prod_{l=0}^{p} F_l^{-a_l}, \qquad F_l=\left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{\alpha_l} \quad (p\ge l\ge 0), \\
H &= 1+\frac{\omega^{7-p}}{r^{7-p}}, \qquad \tilde{H}=1-\frac{\omega^{7-p}}{r^{7-p}},
\end{aligned}
$$

$$
a_l=\frac{l-3}{2},
$$

$$
\frac{1}{2}\delta^2+\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{p}\alpha_i(\alpha_i-a_i\delta)+\sum_{i>j=0}^{p}\left(1-\frac{a_i-a_j}{2}\right)\alpha_i\alpha_j=\frac{8-p}{7-p}.
$$

- 可能的解释不唯一

$$
\alpha_l\to\alpha_l\ (l\neq 1), \qquad \alpha_1\to\alpha_1+\alpha_f, \qquad \delta\to\delta-\alpha_f
$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 荷生成步骤：无荷D$q \xrightarrow{T}$ 无荷D1 $\xrightarrow{S}$ 无荷F1 $\xrightarrow{T}$ 无荷平面波

$\xrightarrow{Boost}$ 带荷平面波 $\xrightarrow{T}$ 带荷F1 $\xrightarrow{S}$ 带荷D1 $\xrightarrow{T}$ 带荷Dq,

T对偶：

$$\tilde{G}^s_{yy} = \frac{1}{G^s_{yy}}, \qquad e^{2\tilde{\phi}} = \frac{e^{2\phi}}{G^s_{yy}},$$

$$\tilde{G}^s_{\mu\nu} = G^s_{\mu\nu} - \frac{G^s_{\mu y}G^s_{\nu y} - B_{\mu y}B_{\nu y}}{G^s_{yy}}, \qquad \tilde{G}^s_{\mu y} = \frac{B_{\mu y}}{G^s_{yy}},$$

$$\tilde{B}_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} - \frac{B_{\mu y}G^s_{\nu y} - G^s_{\mu y}B_{\nu y}}{G^s_{yy}}, \qquad \tilde{B}_{\mu y} = \frac{G^s_{\mu y}}{G^s_{yy}},$$

$$\tilde{C}^{(n)}_{\mu\cdots\nu\alpha y} = C^{(n-1)}_{\mu\cdots\nu\alpha} - (n-1)\frac{C^{(n-1)}_{[\mu\cdots\nu|y}G^s_{|\alpha]y}}{G^s_{yy}},$$

$$\tilde{C}^{(n)}_{\mu\cdots\nu\alpha\beta} = C^{(n+1)}_{\mu\cdots\nu\alpha\beta y} + nC^{(n-1)}_{[\mu\cdots\nu\alpha}B_{\beta]y} + n(n-1)\frac{C^{(n-1)}_{[\mu\cdots\nu|y}B_{|\alpha|y}G^s_{|\beta]y}}{G^s_{yy}};$$

S对偶：

$$\tilde{G}_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}, \quad \tilde{\hat{F}}_{(5)} = \hat{F}_{(5)}, \quad \tilde{B}_{(2)} = C_{(2)}, \quad \tilde{C}_{(2)} = -B_{(2)}, \quad \tilde{\tau} = -\frac{1}{\tau}$$

纯引力及超引力中的一般膜状解

- 单荷构型

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= F_f^{-3/4}\prod_{l=0}^{p} F_l^{-\frac{7-l}{8}}\left(-dt^2\right) + F_f^{-3/4}F_0^{\frac{1}{8}}\prod_{l=1}^{p} F_l^{-\frac{7-l}{8}}(dx^1)^2 \\
&\quad + \sum_{l=2}^{p}\left(\prod_{j=l}^{p} F_j^{-\frac{7-j}{8}}\prod_{i=0}^{l-1} F_i^{\frac{1+i}{8}}\right)F_f^{1/4}(dx^l)^2 \\
&\quad + \left(H\tilde{H}\right)^{\frac{2}{7-p}}\left(\prod_{l=0}^{p} F_l^{\frac{l+1}{8}}\right)F_f^{1/4}\left(dr^2 + r^2 d\Omega_{8-p}^2\right), \\
e^{2\phi} &= \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{2\delta} F_f^{-1}\prod_{l=0}^{p} F_l^{-a_l}, \\
C_{(p+1)} &= \frac{1}{2}\sinh 2\theta_p \frac{C_p}{F_p} dt\wedge dx^1\wedge\cdots\wedge dx^p,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_p &= \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{\alpha_p}\cosh^2\theta_p - \left(\frac{\tilde{H}}{H}\right)^{\beta_p}\sinh^2\theta_p, \\
C_p &= \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{\alpha_p} - \left(\frac{\tilde{H}}{H}\right)^{\beta_p}, \quad F_f = \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{\alpha_f} \\
F_l &= \left(\frac{H}{\tilde{H}}\right)^{\alpha_l} \quad (p > l \geq 0),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\alpha_p - \beta_p = \sum_{l=q}^{p-1}\left(a_p - a_l - 2\right)\alpha_l - \alpha_f + a_p\delta, \\
&\frac{1}{2}\delta^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{p}\alpha_i(\alpha_i - a_i\delta) + \sum_{i>j=0}^{p}\left(1 - \frac{a_i - a_j}{2}\right)\alpha_i\alpha_j \\
&+\frac{1}{2}\alpha_f(\alpha_f - \delta) + \frac{1}{2}\alpha_f\sum_{i=1}^{p}\alpha_i = \frac{8-p}{7-p}.
\end{aligned}
$$

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 非超对称相交膜解构型联系着黑膜和相应的KK泡沫：
- 黑膜： $\alpha_p = \frac{2}{7-p}, \ \beta_p = \frac{2(6-p)}{7-p}, \ \alpha_0 = 2, \ \alpha_1 = 0, \ \delta = -\frac{2(6-p)}{7-p}$

$$ds^2 = \bar{H}^{-\frac{7-p}{8}}\left(\frac{d\rho^2}{f} + \rho^2 d\Omega_{8-p}^2\right) + \bar{H}^{\frac{p+1}{8}}\left(-f\,dt^2 + \sum_{i=1}^{p}(dx^i)^2\right)$$

$$e^{2\phi} = \bar{H}^{\frac{3-p}{2}}, \qquad F_{(8-p)} = Q\mathrm{Vol}(\Omega_{8-p}),$$

- KK泡沫: $\alpha_p = \frac{2}{7-p}, \ \beta_p = \frac{2(6-p)}{7-p}, \ \alpha_0 = -2, \ \alpha_1 = 2, \ \delta = \frac{2}{7-p}$

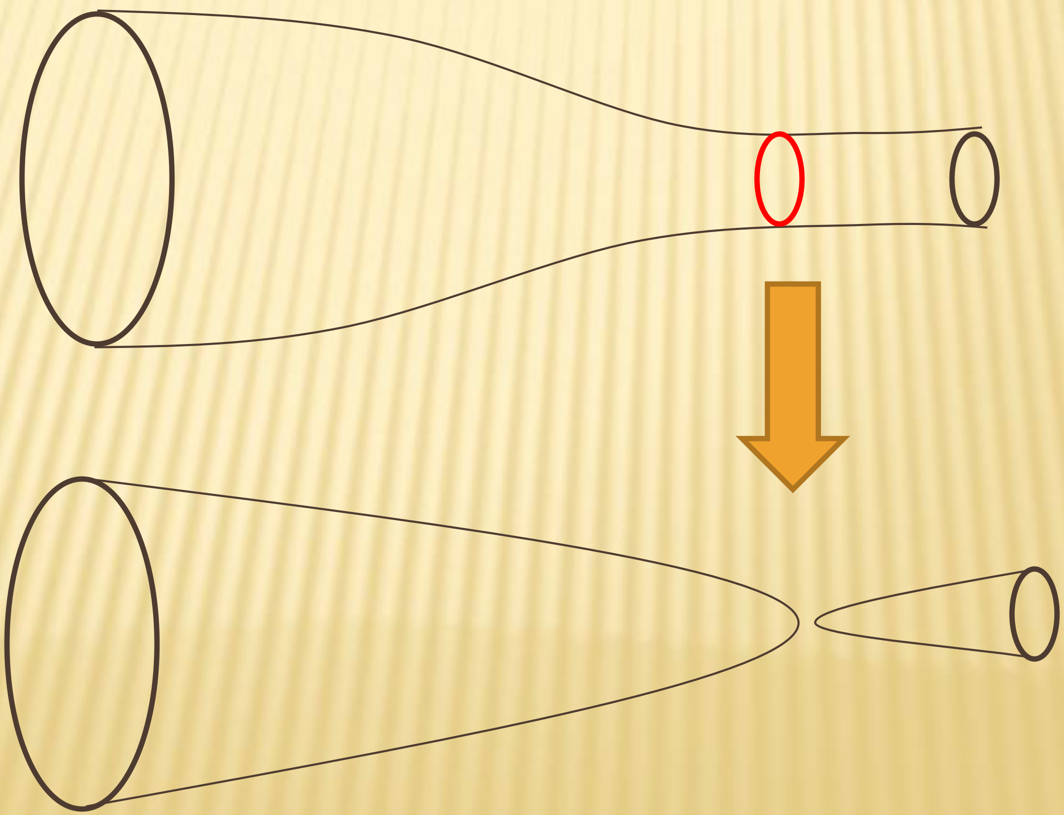
$$ds^2 = \bar{H}^{-\frac{7-p}{8}}\left(\frac{d\rho^2}{f} + \rho^2 d\Omega_{8-p}^2\right) + \bar{H}^{\frac{p+1}{8}}\left(-dt^2 + f\,(dx^1)^2 + \sum_{i=2}^{p}(dx^i)^2\right)$$

$$e^{2\phi} = \bar{H}^{\frac{3-p}{2}}, \qquad F_{(8-p)} = Q\mathrm{Vol}(\Omega_{8-p}).$$

$$x^1 \sim x^1 + L_b, \qquad L_b = \frac{4\pi\rho_0\cosh\theta}{7-p}$$

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 黑Dp膜可能通过某种物理过程演化到KK泡沫?
- 闭弦快子凝聚



非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 泡沫初值分析
- 黑膜满足 $\frac{Q_{BH}}{L_{BH}^{7-p}} \simeq \frac{(7-p)\rho_{0BH}^{7-p}\sinh 2\theta_{BH}}{2l_s^{7-p}\cosh^{\frac{7-p}{2}}\theta_{BH}}$

  静态泡沫满足 $\frac{Q_b}{L_b^{7-p}} = \frac{(7-p)^{8-p}\sinh 2\theta_b}{2\,(4\pi\cosh\theta_b)^{7-p}}$

  所以，还需要考虑动态泡沫

- 动态泡沫初值面

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= \bar{H}(\rho)^{-\frac{7-p}{8}}\left(f(\rho)(dx^1)^2 + \sum_{i=2}^{p}(dx^i)^2\right) + \bar{H}(\rho)^{\frac{p+1}{8}}\left(\frac{d\rho^2}{f(\rho)h(\rho)} + \rho^2 d\Omega_{8-p}^2\right) \\
e^{2\phi} &= \bar{H}(\rho)^{\frac{3-p}{2}}, \qquad F_{(8-p)} = Q\mathrm{Vol}(\Omega_{8-p})\,.
\end{aligned}
$$

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 泡沫初值分析
- 黑膜到KK泡沫的快子凝聚可以视为一个量子隧穿过程，所以初值面还应具有时间对称性：

$$F_{0\mu_1\ldots\mu_{p+1}}(t=0)=0\,,\quad \partial_0\phi(t=0)=0\,,\quad g_{00}(t=0)=-1\,,\quad K_{ab}(t=0)=0$$

- 求解约束方程

$${}^9R \;=\; 2\kappa^2 T_{00}=\frac{1}{2}\left(e^{\frac{p-3}{2}\phi}|F_{(8-p)}|^2+\partial_\rho\phi\partial^\rho\phi\right)$$

得

$$h(\rho)=1+\frac{\lambda\left(\rho^{7-p}+\rho_0^{7-p}\sinh^2\theta\right)}{2(8-p)\rho^{2(7-p)}-(9-p)\rho^{7-p}\rho_0^{7-p}+\left[(9-p)\rho^{7-p}-2\rho_0^{7-p}\right]\rho_0^{7-p}\sinh^2\theta}$$

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 动态泡沫初值分析
- 动态泡沫参数:

荷 $$Q = \frac{(7-p)\rho_0^{7-p}\sinh 2\theta}{2}$$

S^1 的大小 $$L = \frac{4\pi\rho_0\cosh\theta}{7-p}\left(1 + \frac{\lambda}{(7-p)\rho_0^{7-p}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

ADM质量

$$M = \frac{\Omega_{8-p}}{2\kappa^2}\left[\frac{(5-p)Q^2}{2(7-p)^2\hat{\rho}_0^{7-p}} + \frac{9-p}{2}\hat{\rho}_0^{7-p} - \frac{(4\pi)^2\hat{\rho}_0^{7-p}}{2(7-p)L^2}\left(\hat{\rho}_0^{7-p} - \frac{Q^2}{(7-p)^2\hat{\rho}_0^{7-p}}\right)^{\frac{2}{7-p}}\right]$$

$$\hat{\rho}_0^{7-p} = \rho_0^{7-p}\cosh^2\theta$$

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 动态泡沫初值分析
- 给定Q和L，M的极值恰好对应静态泡沫$\lambda = 0$。
- 对于静态泡沫

$$L = \frac{4\pi\hat{\rho}_0^{\frac{7-p}{2}}}{7-p}\left(\hat{\rho}_0^{7-p} - \frac{Q^2}{(7-p)^2\hat{\rho}_0^{7-p}}\right)^{-\frac{5-p}{2(7-p)}}$$

此时，$\hat{\rho}_0 = f(Q,L) \Longrightarrow \hat{\rho}_0 = kf(k^{7-p}Q, kL)$

$\therefore\ Q/L^{7-p}$ 决定静态泡沫个数

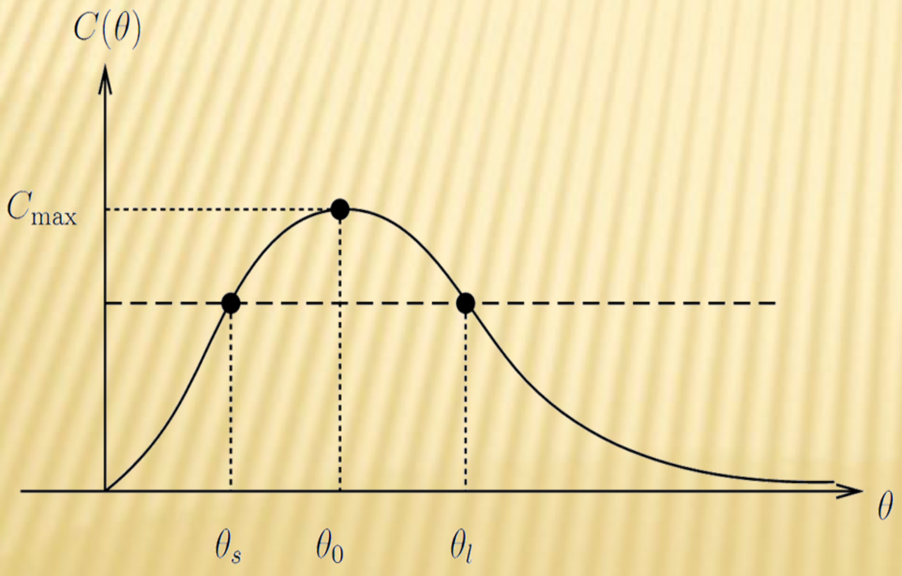
非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

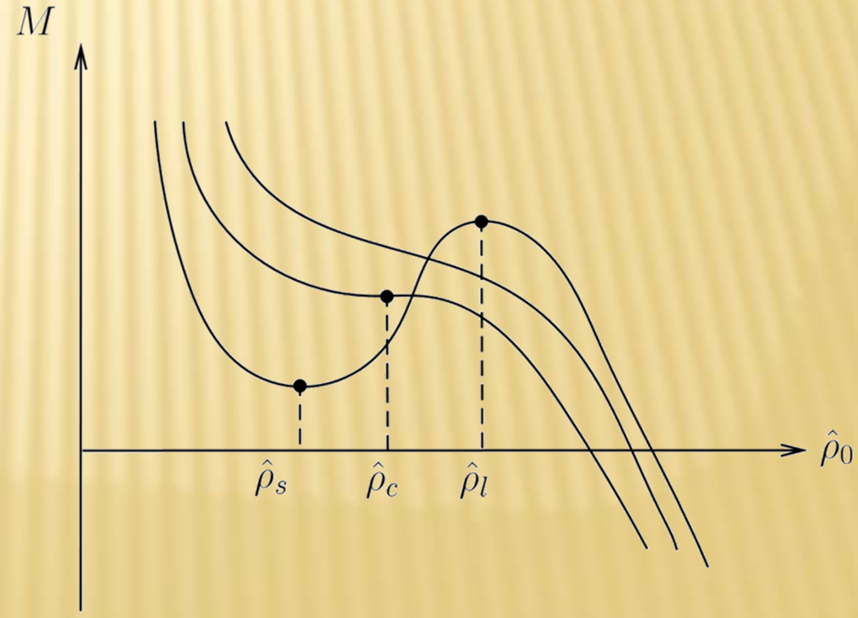
非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 动态泡沫初值分析

$$\frac{Q}{L^{7-p}} = \frac{(7-p)^{8-p}}{(4\pi)^{7-p}}\frac{\sinh\theta}{\cosh^{6-p}\theta} = C(\theta) \Longrightarrow C_{\max} = \frac{(7-p)^{8-p}(5-p)^{\frac{5-p}{2}}}{(4\pi)^{7-p}(6-p)^{\frac{6-p}{2}}}$$

① $p<5$



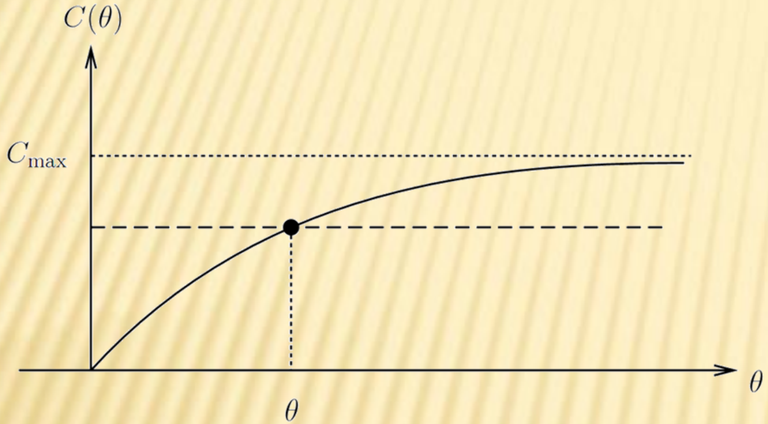


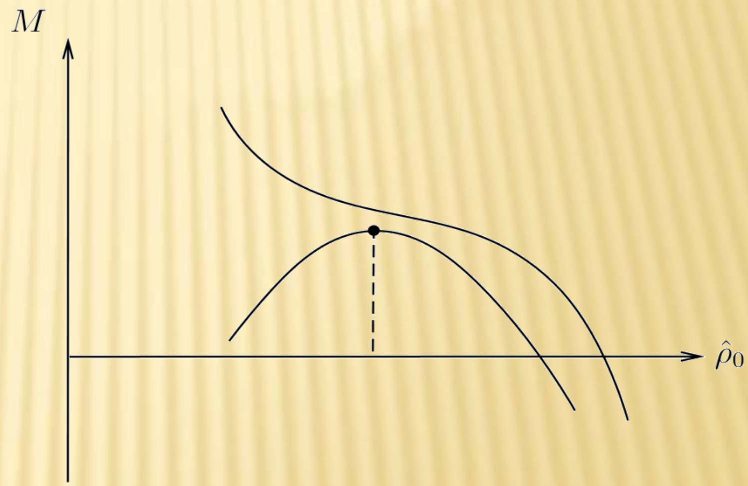
非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

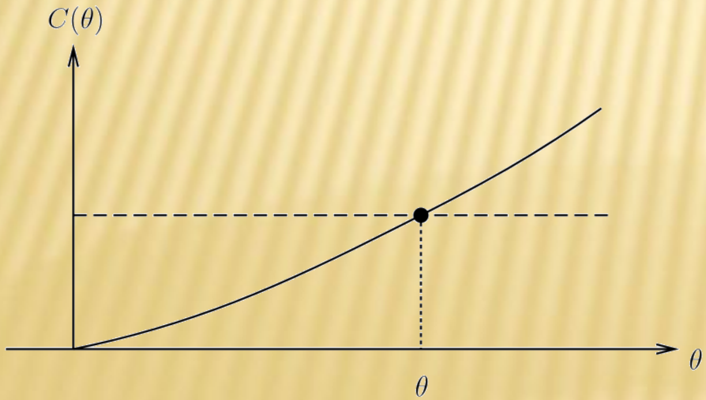
- 动态泡沫初值分析

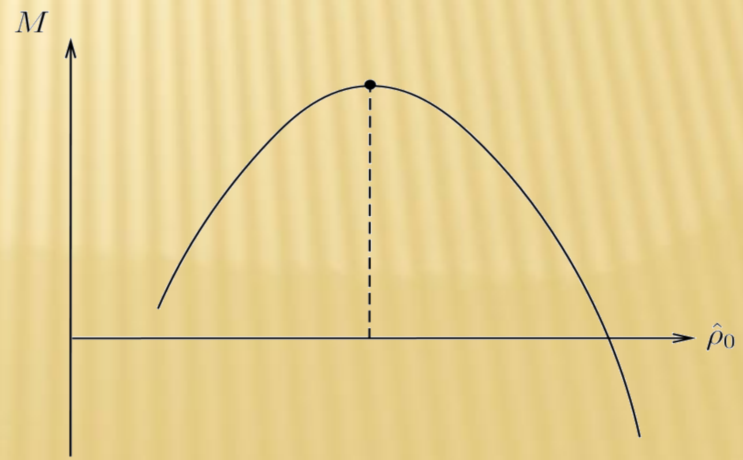
② p=5





③ p=6





非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 通过在视界附近发生闭弦快子凝聚实现黑膜到KK泡沫的演化，则需满足:

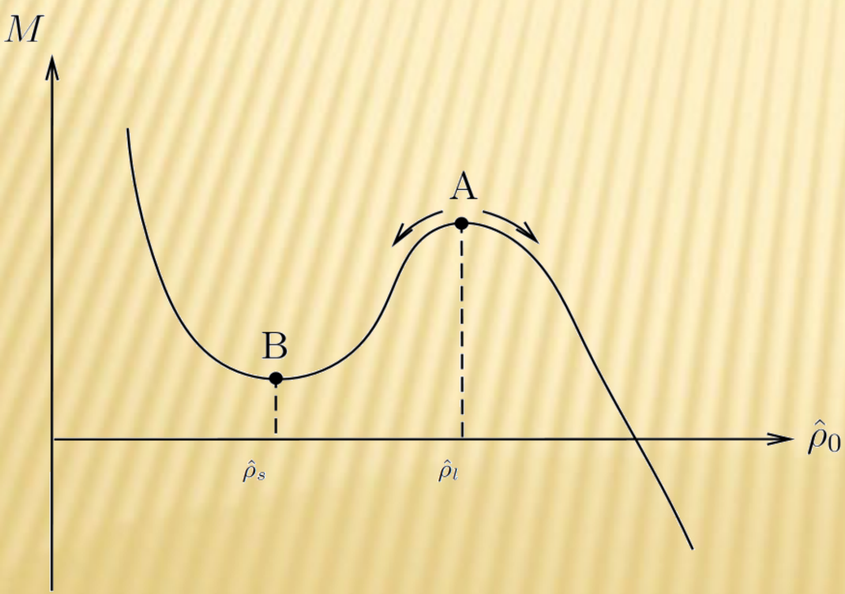
1. 荷守恒 $Q_{BH}=Q_b$
2. 视界附近发生快子凝聚 $(\cosh\theta_{BH})^{-\frac{1}{2}}L_{BH}\simeq l_s$，$L_{BH}\gg l_s$
3. 渐近无穷远处的 S^1半径不变 $L_{BH}=L_b$
4. 所得泡沫的几何尺度与黑洞视界几何尺度相当 $Z_{BH}\simeq Z_b$
5. 引力描述有效 $Z_{BH}\gg l_s$

- 当闭弦快子凝聚的末态为静态泡沫时，就可以把相交膜解视为对黑Dp膜到KK泡沫演化过程中外部时空几何的模拟。

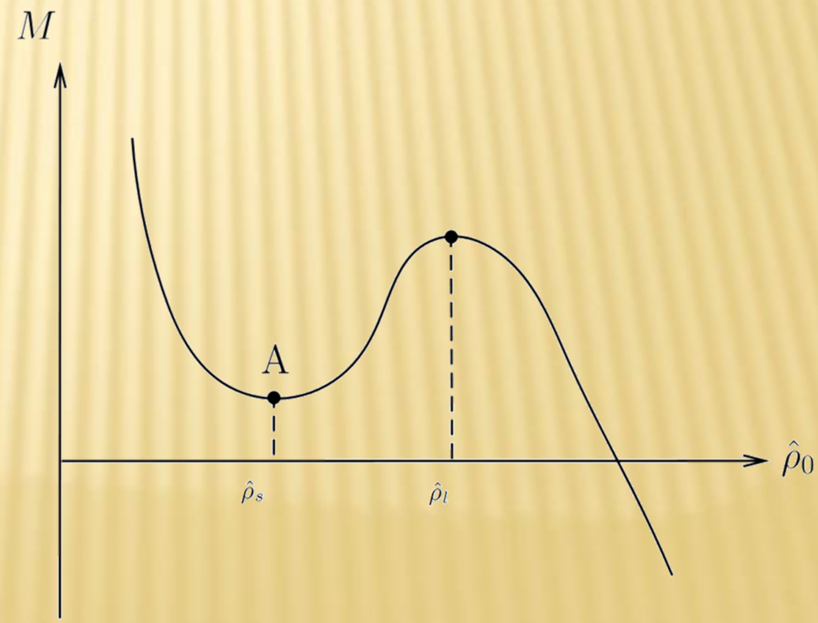
非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 黑Dp膜快子凝聚末态：
- 如果$p < 6$且 $\frac{Q}{L^{7-p}} > C_{\max}$，不存在静态泡沫，快子凝聚只能得到不停膨胀的动态泡沫。
- 初值分析给出静态泡沫时：

① $p = 1, 2$



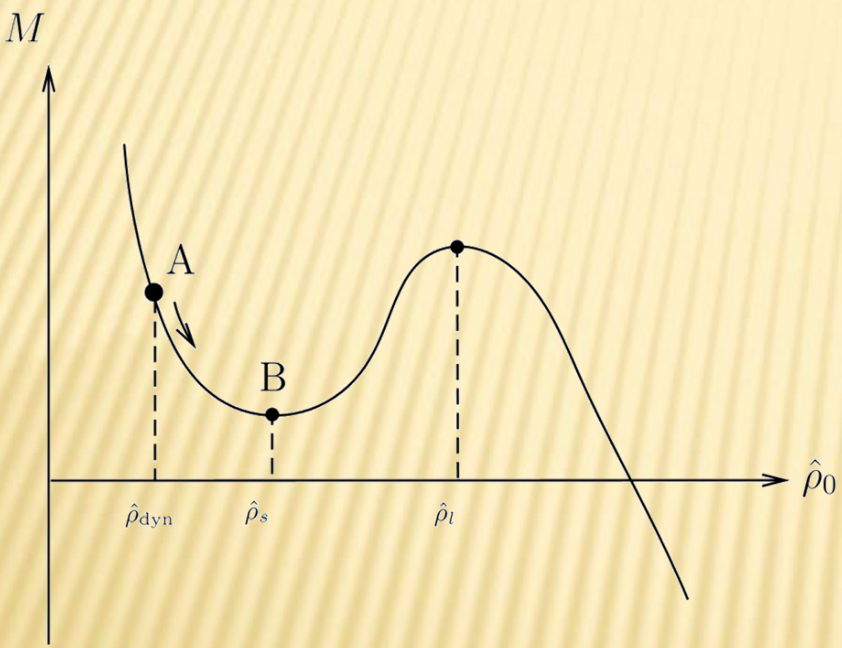
② $p = 3$



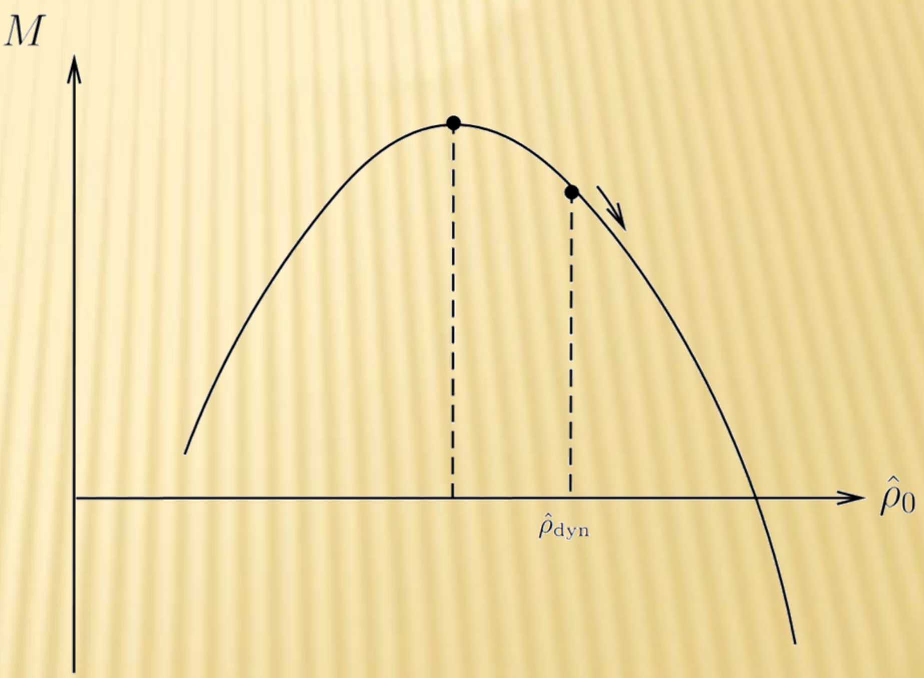
非超对称相交膜与闭弦快子凝聚

- 黑Dp膜快子凝聚末态：

③ $p = 4$



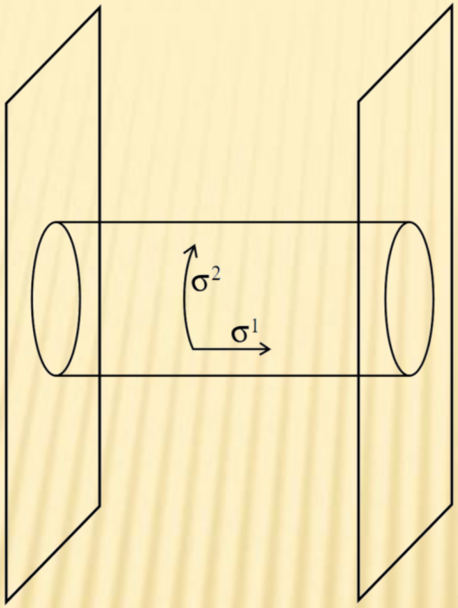
⑤ $p = 6$



④ $p = 5$，总有 $\frac{Q}{L^{7-p}} > C_{\max}$

D膜束缚态相互作用

- 最低阶相互作用



两种观点：

- 开弦单圈真空振幅
- 闭弦边界态间树图振幅

总结

- 得到了具有横向球对称性的纯引力中任意维一般膜状解，11维超引力中的一般二维膜状解以及10维IIB超引力中的一般弦状解。并讨论了如何利用T对偶和S对偶由纯引力中的一般膜状解来生成10维II型超引力中的非超对称相交膜解。
- 分析了黑D膜通过在视界附近发生闭弦快子凝聚来演化到KK泡沫的问题。
- 在闭弦观点下研究了D膜非阈值束缚态之间的最低阶相互作用振幅和超对称条件。

已发表的文章

[1] J.X. Lu, Shibaji Roy, Zhao-LongWang and Rong-JunWu, Intersecting non-SUSY branes and closed string tachyon condensation, Nucl. Phys. B 813, 259, (2009) [arXiv:0710.5233 [hep-th]].

[2] Zhao-Long Wang, Jianwei Mei and H. Lu, GL(n,R) Wormholes and Waves in Diverse Dimensions, Class. Quant. Grav. 26, 085020, (2009) [arXiv: 0901.0003[hep-th]].

[3] J.X. Lu, Shibaji Roy, Zhao-Long Wang and Rong-Jun Wu, Non-supersymmetric D1/D5, F/NS5 and closed string tachyon condensation, Nucl. Phys. B 819, 282,(2009) [arXiv: 0903.3310 [hep-th]].

[4] Zhao-Long Wang and H. Lu, Most General Spherically SymmetricM2-branes and Type IIB Strings, Phys. Rev. D 80, 066008, (2009) [arXiv: 0906.3439 [hep-th]].

[5] Rong-JunWu and Zhao-LongWang, The long-range interactions between branes in diverse dimensions, Phys. Rev. D 81, 086002 (2010) [arXiv: 0911.0084 [hep-th]].

[6] H. Lu and Zhao-Long Wang, On M-Theory Embedding of Topologically Massive Gravity, accepted by Int. J. Mod. Phys. D, [arXiv: 1001.2349 [hep-th]].

谢 谢！